

# 数 学 科 学 習 指 導 案

指導者 広島市立〇〇高等学校  
教 諭 〇〇 〇〇

- 1 日時・場所 平成22年〇月〇日 (〇)
- 2 学年・組 第3学年
- 3 単元名 数学C 第2章 式と曲線「2次曲線」  
課題学習「紙を折って浮かび上がってくる曲線」

## 4 単元について

### ○教材観

中学校における座標平面上での図形の扱いは、現行の学習指導要領ではC数量関係、新学習指導要領においては、C関数に位置付けられており、中学校2年で1次関数、中学校3年で関数 $y = ax^2$ を扱う。中学校における「関数」の指導については、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、関数関係を見だし表現し考察する能力を3年間を通して徐々に高めていくことが重視されている。関数 $y = ax^2$ を扱う際には、表、式、グラフを相互に関連づけながら、変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深めたり、具体的な事象を式で表現して、 $y = ax^2$ であるかどうか判断したり、具体的な事象に関する観察や実験の結果を $y = ax^2$ と見なすことによって、未知の状況を予測したりする。

これを受け高等学校では、「数学Ⅰ」において、2次関数のグラフとして放物線を扱い、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識するとともに、それを具体的な事象の考察や2次不等式を解くことなどに活用することを学ぶ。そして、「数学Ⅱ」においては、図形と方程式の単元で円を扱い、座標や式を用いて基本的な平面図形の性質や関係を数学的に考察し処理することを学んでいる。

「数学C」では、2次曲線を主としていろいろな曲線の性質を調べる。更に、曲線の媒介変数表示や極座標、極方程式などについて学習する。極座標を学習することで、座標についてさらに詳しく考察し、直交座標と極座標の変換なども考える。ここでの学習は、座標平面および座標平面上の図形についてのこれまでの学習の発展と今後の応用のために非常に重要である。

### ○生徒観

〇〇クラスは、難関大志望者が多く在籍しており、数学に対して非常に意欲的である。コース授業のため、クラスを越えて集まった集団であるが、席の前後などで相談しあったりするなど、自然と関わり合っている。また、授業中、必要に応じて遠慮無く発言をする雰囲気がある。普段の授業は、生徒に解答を板書させた後、教員が朱を入れながら補足説明していくという進め方をしている。演習がまだ不十分なこともあり、生徒の解答の中には、思考過程が細部にわたって表現されていなかったり、式計算だけで解決しようとして、多様な表現ができていなかったりするものもあるが、時に大変豊かな発想に基づいた解答があり、教員が驚かされることもある。

本時の内容は、直線の通過領域を追跡することが課題となる。これまでの授業で類題を扱っており、生徒は課題を的確に理解することはできると思われる。しかし、直線の方程式に媒介変数が二つ存在する課題を扱うことは初めての経験であるため、解決の手段を見出すためには、指導者の適切な助言が不可欠である。

### ○指導観

本時は、「直線が与えられた点を通る」ということをどう理解し、どう処理するかが大きな課題となる。そこで指導に当たっては、まず具体的な数値計算を行うことで、「通る」「通らない」を判断させたい。そして、そこに止まることなく更なる数学的な思考を促し、生徒を課題解決へと導いてやりたい。教科書を終えた後の3年生の授業は、とにかく「問題を解くこと」が目的となりがちである。本時のような数学的活動により得られた結果を分析し、理由を予想し、その予想が正しいかどうかを数式や言葉で表現し確かめるという経験により、生徒は数学的に考えることの良さ、楽しさを実感するであろう。

なお、今回の内容であれば、本来は数学ⅢCで扱う内容であるが、研究協議等の関係で単独展開の演習クラスで実施することとした。

## 5 単元の目標

いろいろな曲線の基本性質を調べることを解析幾何学的方法で行うだけでなく、媒介変数表示や極方程式などの様々な表現を通して、図形に対する理解を深める。

## 6 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2次曲線に対して興味・関心をもち、その性質について調べ証明しようとする。</li> <li>・平面上の点の表し方にはさまざまな方法があることを知り、極座標の良さを理解する。そして、極方程式で表された曲線を追跡しようとする。</li> </ul>
数学的な見方や考え方	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2次曲線が円錐曲線と呼ばれることと、離心率について理解し、放物線・楕円・双曲線をまとめて理解する。</li> <li>・2次曲線の媒介変数表示について理解する。</li> </ul>
数学的な表現・処理	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2次曲線の方程式の標準形と平行移動して得られる曲線の方程式を導くことができる。</li> <li>・2次曲線を定義や離心率を用いて方程式を導くことができる。</li> <li>・直交座標形の方程式と極方程式との変換操作ができる。</li> </ul>
数量、図形などについての知識・理解	<ul style="list-style-type: none"> <li>・2次曲線の定義と曲線の形状、および方程式の特徴について理解する。</li> </ul>

## 7 指導と評価の計画（全15時間）

節	項	時数	学習活動	評価の観点・規準・方法	
2 次 曲 線	1 放物線	2	15	放物線を定義し、その性質について理解する。	①放物線を、定点と定直線からの距離が等しい点の軌跡と定義し、焦点・準線などの用語について理解する。(知・理) ②定義から放物線の方程式を導くことができる。(表・処) ③放物線の性質について調べ証明する。(関・意・態)
	2 楕円	2		楕円を定義し、その性質について理解する。	①楕円を、2定点からの距離の和が一定である点の軌跡と定義し、焦点・準線などの用語について理解する。(知・理) ②定義から楕円の方程式を導くことができる。(表・処) ③楕円の性質について調べ証明する。(関・意・態)
	3 双曲線	2		双曲線を定義し、その性質について理解する。	①双曲線を、2定点からの距離の差が一定である点の軌跡と定義し、焦点・準線などの用語について理解する。(知・理) ②定義から双曲線の方程式を導くことができる。(表・処) ③双曲線の性質について調べ証明する。(関・意・態)
	課題学習 紙を折って浮かび上がってくる曲線 (本時1/2)	2		紙を折ってできる曲線が楕円であることを予想し、座標を導入して証明する。	①興味・関心をもって手順に従って操作活動を行っている。(関・意・態) ②得られた結果について周囲と相談しながら分析を行う。(知・理) ③予想が正しいことを証明するために座標設定を行い、式や言葉を用いて適切な処理ができる。(表・処)
	4 平行移動	0.5		曲線の平行移動について理解する。	①曲線 $F(x, y) = 0$ を平行移動して得られる曲線の方程式を導くことができる。(表・処) ②曲線が平行移動するとそれに伴って焦点準線も動くことを知る。(知・理)
	5 2次曲線と直線	0.5		2次曲線と直線の関係について理解する。	①2次曲線と直線の共有点の個数と判別式との関係について理解する。(知・理) ②判別式の結果とグラフとの関係を結びつけて理解しようとする。(関・意・態)

	6 2次曲線の性質	1	放物線・楕円・双曲線と離心率 $e$ について理解する。	①離心率 $e$ について理解し、離心率から楕円・双曲線の方程式を導くことができる。(表・処) ②楕円・双曲線も離心率を利用することにより、焦点準線を用いて定義できることを知る。(知・理)
2 媒介 極 座 標	7 曲線の媒介変数表示	1	2次曲線の媒介変数表示について理解する。	①放物線・楕円・双曲線の媒介変数表示について理解する。(知・理) ②媒介変数を消去することにより曲線の方程式を導くことができる。(表・処)
	8 極座標と極方程式	4	極座標と極方程式について理解を深める。	①極座標について知り、その良さを理解しようする。(関・意・態) ②極方程式について知り、直交座標での方程式と結びつけて理解する。(知・理) ③極方程式を追跡し、 $r < 0$ の場合についての理解を深める。(見・考)

### 8 本時の目標

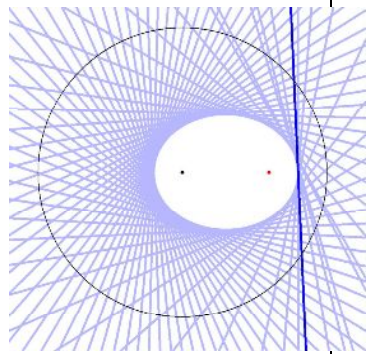
紙を折ってできる曲線が楕円であることを予想し、その予想が正しいことを座標を導入して証明し、座標の概念の有用性を理解する。

### 9 本時の評価

到達度	具体的評価基準	判断の目安
十分満足できる	浮かび上がった図形が楕円であることを確かめる手段を具体的に提案することができる。	座標設定や、幾何学的アプローチなど解決のための具体的な提案をする。
概ね満足できる	浮かび上がった図形が楕円であることを確かめる手段を考えようとする。	指導者自身が過去の教材を想起させて、座標設定を促す。
努力を要する生徒への指導の手だての例	直線の通過領域に関わる問題は既に演習済みなので、本時の中で具体的な数値を代入して考察する振り返りの時間を設けることとする。	

10 本時の学習展開

	学習活動（発問・活動等）	予想される生徒の反応	支援・評価（評価方法）
課題把握	<p>1 学習の導入</p> <p>今日の授業は、平素の問題集を使った演習ではなく、約束に従って一つの操作を繰り返し行ってもらいます。その後、結果について数学的な分析を行いましょう。</p> <p>・課題プリント、操作シートの配付</p> <p>2 課題の把握</p> <p><b>課題</b> 定円Oと、その円の内部に点中心Oと異なる定点Fを自由にとらせる。円周上の点Qに対して、点Fと点Qが重なるように折って、折り目RSを作る。このようにして、円周上に点Qを次々にとって、折り目RSを作ると、RSによってどのような曲線が浮かび上がってくるだろうか。</p> <p>・折り目RSは線分QFの垂直二等分線であることを確認する。 ・手順に従って操作を進める。（個人操作）</p> <p>3 結果の分析</p> <p>どのような結果になりましたか。予想されることをすべて述べてください。</p> <p>・友人の結果とを見比べてみる。（グループ学習） ・パソコンでシミュレーションしてみる。楕円と予想できる。</p>	<p>・定点Fは必ず中心Oと異なる点をとるようにする。</p> <p>・定点Fを自由にとっても、浮かび上がってくるのは楕円である。</p> <p>・楕円だと思います。 ・円の中心Oと定点Fは楕円の焦点だと思います。</p>	<p><b>関</b> 手順通り操作を意欲的に進めているか。</p> <p><b>知</b> 楕円の形状を想起できるか。</p>
自力解決	<p>4 課題解決のために</p> <p>楕円かどうか確かめてみましょう。どのようにすれば確認できるでしょう。</p> <p>・生徒から出てこないようであれば、PCシミュレーションは座標を設定して直線を動かしていることを伝え、「垂直二等分線の通過領域」を把握することで課題解決を図る方針を伝える。</p> <p>①座標平面を設定し、円O：<math>x^2 + y^2 = 100</math> 定点F（6，0）をとる。 ・②円周上の点をQ（s，t）として、折り目RSの方程式を求めると、</p>	<p>・図形的考察による解決 ・座標を導入して直線を追跡する。</p>	<p><b>見・考</b> 課題解決のための数学的思考を行っているか。</p>



<p>集 団 解 決</p>	<p><math>x - \frac{t}{2} = -\frac{s-t}{t}(x - \frac{s+t}{2})</math> つまり,  <math>(s-t)x + ty = 32, \dots (*)</math> (ただし, <math>s^2 + t^2 = 10^2</math>)</p> <p>③いくつか具体的な点をとって考える。  ④直線 (*) が点 <math>(x_0, y_0)</math> を「通る」  <math>\iff</math>  連立方程式  <math>(s-t)x_0 + ty_0 = 32</math>  <math>s^2 + t^2 = 10^2</math>  が, 実数解をもつ。  ⑤直線 <math>(s-t)x_0 + ty_0 = 32</math> と  円 <math>s^2 + t^2 = 10^2</math>  が交点をもつ。</p>	<p>・ 2変数であるために円や直線と見えない。</p>	<p><b>支</b>  計算を進める中で <math>t \neq 0</math> など細かな確認が生じるが敢えて触れずに進める。</p> <p><b>表・処</b>  直線がある点を通るということを代数的な処理に置き換えることができるか。</p>
<p>整理と発展</p>	<p>5 本時のまとめ</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>「円の中心と直線の距離」と「円の半径」とを比べることが課題の解決につながりそうですね。</p> </div> <p>・楕円の方程式が決まれば焦点の位置もわかるので予想の確認は可能である。</p>		<p><b>関</b>  数学的活動を通して思考することの良さに気付いているか。</p>
	<p>教科書 : 「数学C」(数研出版)  準備物 : 課題プリント, 作業ワークシート, PC, プロジェクター  参考文献 : 「中学校・高校 数学科 新教材の開発とアイデア」(明治図書)  : 「話題源」(東京法令出版)  使用ソフト : Power Point (Microsoft)  : Grapes  <a href="http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/">http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/</a></p>		