平 成 ２ ７ 年 度
広島市教育センター

小学校算数科第３学年「三角形と角」における
図形概念を形成する学習指導の工夫

－「理解の状態を捉える枠組み」の活用と単元を通した操作活動と言語化を通して－

広島市立原小学校教諭　　栗　末　　修

研究の要約
　本研究は，「理解の状態を捉える枠組み」を活用した操作活動と言語化を通して，図形概念を形成するための有効な指導について考察したものである。文献研究から，図形指導においては，図形概念を形成するための過程を明確にし，子どもの理解の状態を向上させるために操作活動や言語化を行うことが重要であることが分かった。検証授業では，二等辺三角形と正三角形の関係についての「理解の状態を捉える枠組み」を作成し，単元を通して言語化と操作活動を行う中で子どもの理解の状態を把握し，下位状態における子どもへの手立てを講じた。その結果，子どもが，二等辺三角形や正三角形の構成要素に着目し，図形の意味や性質について理解できるようになり，図形概念を形成することができた。

キーワード：図形概念の形成，「理解の状態を捉える枠組み」，操作活動，言語化

Ⅰ　問題の所在

平成27年度『全国学力・学習状況調査』において，二等辺三角形になるための根拠となる円の性質を選択する問題での正答率は50.9%であり，最も正答率が低かった。その改善策として，図形を構成する要素に着目するなどの活動を通して，図形の性質を発見したり，明らかになったことをまとめたり，確かめたりする必要性を述べている。

『小学校学習指導要領解説算数編』には，「平面図形や立体図形を構成する要素に着目することにより，図形について理解できるようになる」[1)]と示されている。

これまでの自己の実践を振り返ると，操作活動を通して図形の意味や性質を見いだしたり，説明したりする際に，図形を構成する要素に着目した指導が十分にできていなかった。

そこで，本研究では，図形を構成する要素に着目し，図形の意味や性質についての理解を深めるために，図形概念を形成する過程を重視した指導の工夫を行うこととした。

Ⅱ　研究の目的

小学校算数科第３学年「三角形と角」の学習において，図形概念を形成する過程を重視した指導の工夫を探ることを目的とする。

Ⅲ　研究の方法

１　研究主題に関する基礎的研究
２　研究仮説の設定及び検証の視点
３　検証授業の計画・実施
４　検証授業の分析・考察

Ⅳ　研究の内容

１　研究主題に関する基礎的研究

⑴　「概念形成」について

松尾(2000)は，「概念形成は具体的な事物を比較し，その共通な特徴を抽象し，総括することであると言える」[2)]とし，「具体的な活動を通して，概念に対するイメージを明確にし，それを言語で説明できるようにすれば，概念形成を促すことができる」[3)]と述べている。

このことから，本研究では，「概念形成」を，「子どもが，具体的な活動を通して図形を比較することで，共通な特徴を抽象化し，言語で説明できるようになること」と定義する。

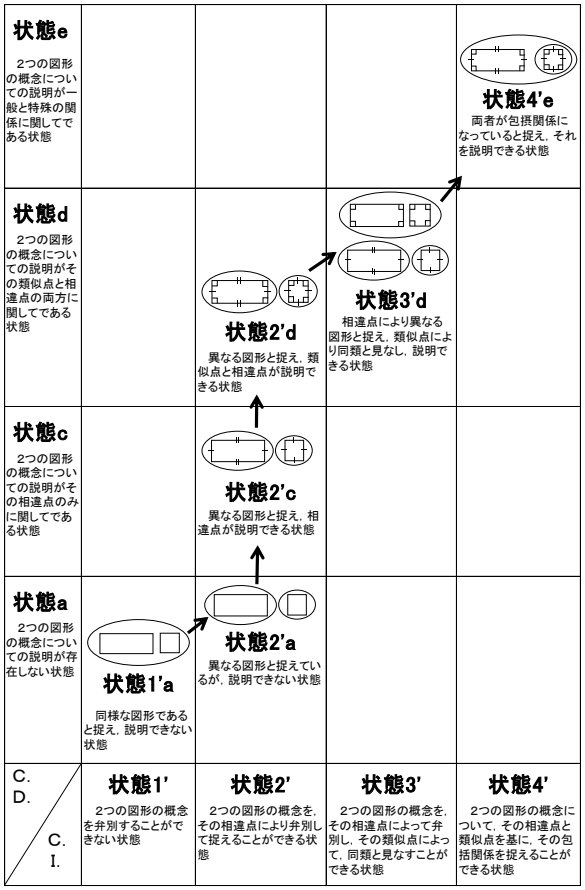
⑵　「理解の状態を捉える枠組み」について

２頁の図１は，松尾(2000)の長方形と正方形についての「図形に関する諸概念の関係についての理解の状態を捉える枠組み」(以下，「理解の状態を捉える枠組み」とする)である。

松尾(2000)は，「図形に関する諸概念の関係についての理解の状態を捉えるために，４つの構成要素，すなわち，理解の状態，状態間の移行，概念イメージと概念定義の両側面からの状態の捉え方及び図形の概念形成の望ましい状態に達するための道筋によって，枠組みを設定した」[4)]と述べている。

また，「枠組みは，２つの図形の概念間の関係についての捉え方に基づいて，図形の概念形成の過程に設定された図形に関する諸概念の関係についての理解の状態により，子どもの詳細な理解の状態を捉えるという特徴をもっている」[5)]と述べている。

このことから，図形概念を形成する過程を示した「理解の状態を捉える枠組み」を活用することで，子どもの詳細な理解の状態を捉えることができると考えた。



C. I. ：概念イメージの側面から捉えられた状態
C. D. ：概念定義の側面から捉えられた状態

図１　「理解の状態を捉える枠組み」長方形と正方形について（松尾）

⑶　操作活動と言語化について

松尾(2000)は，「概念イメージの側面から捉えられた状態を変化させるためには，イメージの機能により操作活動が必要であり，概念定義の側面から捉えられた状態を変化させるためには，言語システムの特性により言語化が必要である。また，両側面から捉えられた状態を共に変化させるためには，操作活動及び言語化が必要である」[6)]と述べている。

また，操作活動を「観察時の比較，作図及び具体的場面への適用も含めるもの」とし，言語化を「比較の観点や図形自体の特徴，操作内容を言語で述べること」としている。

このことから，本研究では，操作活動を図形の観察や構成，作図などの活動とし，言語化を操作活動について言語を用いて説明することと定義する。

２　研究仮説の設定及び検証の視点

⑴　研究仮説

小学校算数科第３学年「三角形と角」において，「理解の状態を捉える枠組み」を活用し，単元を通した操作活動と言語化を行えば，二等辺三角形と正三角形の概念を形成することができるであろう。

⑵　検証の視点

検証の視点については表１に示す。

表１　検証の視点

検証の視点	検証の方法	
二等辺三角形と正三角形の概念を形成することができたか。	1	理解の状態の移行を分析
	2	単元を通した操作活動と言語化の分析

３　検証授業の計画・実施

⑴　検証授業の実際

ア　期　間　平成 27 年 12 月 7 日～12 月 18 日

イ　対　象　小学校第３学年　31 名

ウ　単元名　「三角形と角」

⑵　学習指導計画の作成にあたって

ア　単元目標

三角形についての観察や構成などの活動を通して，三角形を構成する要素に着目し，二等辺三角形や正三角形，角について理解する。

イ　単元計画

単元計画（表２）を作成した。

表２　単元計画

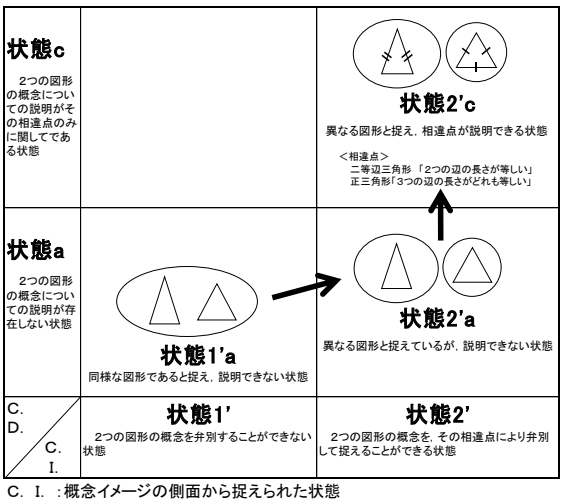
時	ねらい	学習内容
1	円周上の点や中心を直線で結んで三角形をつくる活動に取り組み，仲間に分ける。	円周上の12等分した点と円の中心から３点を選び，直線で結び様々な三角形をつくり，できた三角形を仲間に分ける。
2	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さに着目した分類のよさに気づく。	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さを観点として分類ができることを知る。
3	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から二等辺三角形や正三角形を選ぶ。	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選び，選んだ理由を答える。
4	定規とコンパスを用いて，二等辺三角形を作図する。	底辺が３ｃｍで他の辺が４ｃｍの二等辺三角形の作図の仕方を考える。
5	二等辺三角形の方法を基にして正三角形を作図する。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。	３辺が４ｃｍの正三角形の作図の仕方を考える。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。

6	円の性質を用いて，二等辺三角形や正三角形を作図する。	円周上の２点を中心と結び，二等辺三角形や正三角形を作図し，二等辺三角形や正三角形になる理由を考える。
7	角の意味を理解し，角の大きさを比べる。	三角定規のかどの形を調べたり，大きさを比べたりして，角の大きさは辺の長さに関係がないことをまとめる。
8	二等辺三角形や正三角形の形を観察したり，折ったり重ねたりすることを通して，二等辺三角形や正三角形の性質を見いだす。	二等辺三角形や正三角形を紙にかいて切り抜き，折ったり重ねたりして角の大きさを比べ，角の性質をまとめる。
9	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰め，模様の中から形を見付ける。	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰め，模様の中から形を見付け、その形の周りをなぞり、形の名前や図をかく。
10	これまでの学習内容の定着を確認し，理解を確実にする。	本単元の学習内容を振り返り，理解を確かなものにする。

⑶　指導方法の工夫

ア　「理解の状態を捉える枠組み」の作成

２頁の図１「理解の状態を捉える枠組み」(松尾)の長方形と正方形を二等辺三角形と正三角形に置き換えて，二等辺三角形と正三角形の関係についての「理解の状態を捉える枠組み」を作成及び活用した。小学校第３学年の内容を考え,状態2’ｃまでを扱うこととし,状態1’ａ(同様な図形と捉え，説明できない状態)から状態2’ａ(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)，状態２’ｃ(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)に移行することで，図形概念を形成することができると考えた。

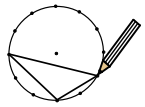
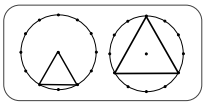
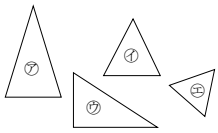
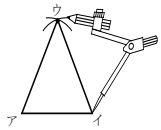
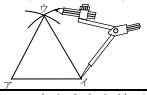
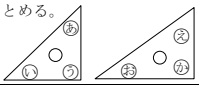
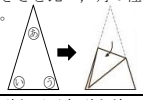


C．I．：概念イメージの側面から捉えられた状態
C．D．：概念定義の側面から捉えられた状態

図２　二等辺三角形と正三角形の関係についての「理解の状態を捉える枠組み」

プレテスト，毎時間のワークシート，授業の見取りから子どもの理解の状態を把握し，下位状態にある子どもへの手立てを行った。(表３)

表３　下位状態にある子どもへの手立て

時	学習内容	下位状態にある子どもへの手立て
1	円周上の12等分した点と円の中心から３点を選び，直線で結び様々な三角形をつくり，できた三角形を仲間に分ける。 	① 三角形をつくることが難しい場合は，三角形が「３本の直線で囲まれている形」であることを想起させ，円周上の点と中心を３本の直線で結ぶようにさせる。結ぶ点の位置を変えて，大きく間隔をとらせたり，中心から結ばせたりする。 ② 同じ三角形ばかりつくる場合は，向きを変えさせたり，裏返しにさせたりする。 ③ 同じ仲間に分けることができない場合は，それぞれの三角形の特徴を捉えさせるために，比較させたり，共通することや似ていることを探させたりする。
2	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さを観点として分類ができることを知る。 	④ 分類の仕方が分からない場合は，共通することや似ていることを探させたり，仲間以外の三角形との違いを考えさせたりする。 ⑤ 形の大きさで分けている場合は，人によって分け方が違うことを考えさせる。 ⑥ 辺の長さに着目しているが説明できない場合は，コンパスや定規を使って辺の長さを測らせたり，等しい辺になっている所に印や色を付けさせたりする。
3	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選び，選んだ理由を答える。 	⑦ 三角形の中から二等辺三角形や正三角形を選ぶことができない場合は，それぞれの三角形の辺の長さが等しい部分はどこか問いかけ，辺の数に着目させる。 ⑧ 辺の長さの等しい部分が分からない場合は，定規やコンパスを使って調べさせ，等しい辺に印を付けさせる。 ⑨ 三角形の中から二等辺三角形や正三角形を選んでいるが理由を書くことができない場合は，二等辺三角形（正三角形）の定義を確認させる。
4	底辺が３ｃｍで他の辺が４ｃｍの二等辺三角形の作図の仕方を考える。 	⑩ 二等辺三角形の定義を確認させる。 ⑪ 二等辺三角形を作図することができない場合は，底辺をかき，残りの２辺を引くために頂点を予想させる。 ⑫ 二等辺三角形を作図することができない場合は，二等辺三角形の２辺の動きを表した図を示し，コンパスで弧をかく手がかりにさせる。 ⑬ 作図の仕方を説明することが難しい場合は，操作したことの順序を意識させ，具体的に記述させる。
5	３辺が４ｃｍの正三角形の作図の仕方を考える。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。 	⑭ 正三角形の定義を確認させる。 ⑮ 作図の仕方を説明することが難しい場合は，操作したことの順序を意識させ，具体的に記述させる。
6	円周上の２点を中心と結び，二等辺三角形や正三角形を作図し，二等辺三角形や正三角形になる理由を考える。	⑯ 円の性質を用いてかいた三角形の名前が分からない場合は，三角形の等しい辺に印や色を付けさせる。 ⑰ 作図ができない場合は，半径や辺の長さを確認させる。 ⑱ 理由を書くことができない場合は，円の性質を確認させる。
7	三角定規のかどの形を調べたり，大きさを比べたりして，角の大きさは辺の長さに関係がないことをまとめる。 	⑲ 角の意味を理解することが難しい場合，三角定規の角の部分を指で押さえたり，２つの辺をなぞらせたりして，角に着目させる。 ⑳ 角の大きさを比べることが難しい場合，２つの角を比較するために頂点と一方の辺を揃えて比較させる。
8	二等辺三角形や正三角形を紙にかいて切り抜き，折ったり重ねたりして角の大きさを比べ，角の性質をまとめる。 	㉑ 角の大きさを比べることが難しい場合，前時の学習を想起させ，角を重ねて比べる方法を考えさせる。 ㉒ 角の性質を見いだすことが難しい場合，ぴったり重なる角や辺を探させ，印を付けさせることで角や辺の関係を捉えやすくする。
9	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰める活動を楽しみ，模様の中から形を見付け，その形の周りをなぞり，形の名前や図をかく。	㉓ 三角形の等しい辺をきちんとそろえたり，向きを変えたりして，隙間がないように並べさせる。 ㉔ 敷き詰めた模様の中にできる形の名前が分からない場合は，図に表させる。
10	本単元の学習内容を振り返り，理解を確かなものにする。	

イ　単元を通した操作活動と言語化

枠組みの概念イメージの側面と概念定義の両側面から捉えられた状態を変化させ，状態間の移行を促すためには，操作活動と言語化が必要である。

そこで，単元を通して操作活動と言語化を行うことで，状態間の移行を促し，図形概念を形成することを目指した。（表４）

表４　単元を通した操作活動と言語化

時	学習内容	操作活動と言語化	
1	円周上の12等分した点と円の中心から３点を選び，直線で結び様々な三角形をつくり，できた三角形を仲間に分ける。	操作活動	・　円周上の点や中心を直線で結んで，いろいろな三角形をつくる。 ・　つくった三角形を仲間に分ける。
		言語化	・　どんな形ができたか紹介する。 ・　仲間分けをし，どんな仲間に分けたのかを考え，ワークシートに記述する。
2	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さを観点として分類ができることを知る。	操作活動	・　いろいろな三角形の中から辺の長さが等しい三角形を見付ける。
		言語化	・　仲間分けの観点をワークシートに記述する。
3	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選び，選んだ理由を答える。	操作活動	・　コンパス（定規）を使って辺の長さの相等関係を調べ，二等辺三角形や正三角形を選ぶ。
		言語化	・　ワークシートに二等辺三角形と正三角形を選んだ理由を記述する。
4	底辺が３ｃｍで他の辺が４ｃｍの二等辺三角形の作図の仕方を考える。	操作活動	・　定規とコンパスを用いて，ワークシートに二等辺三角形を作図する。
		言語化	・　二等辺三角形の作図の仕方を考え，ワークシートに記述する。
5	３辺が４ｃｍの正三角形の作図の仕方を考える。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。	操作活動	・　定規とコンパスを用いて，ワークシートに正三角形を作図する。 ・　折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。
		言語化	・　正三角形の作図の仕方を考え，ワークシートに記述する。
6	円周上の２点を中心と結び，二等辺三角形や正三角形を作図し，二等辺三角形や正三角形になる理由を考える。	操作活動	・　円の性質を用いて，ワークシートに二等辺三角形や正三角形を作図する。
		言語化	・　円の半径を利用した作図の方法や考え方をワークシートに記述する。
7	三角定規のかどの形を調べたり，大きさを比べたりして，角の大きさは辺の長さに関係がないことをまとめる。	操作活動	・　三角定規の角を写し取り，直角や一番とがっている角を探す。 ・　紙の三角定規を切り取り，角の大きさを比べる。
		言語化	・　角の意味を知り，角の大きさを比べて分かったことをワークシートに記述する。
8	二等辺三角形や正三角形を紙にかいて切り抜き，折ったり重ねたりして角の大きさを比べ，角の性質をまとめる。	操作活動	・　二等辺三角形と正三角形を作図し，ハサミで切り取り，角の大きさを比べる。
		言語化	・　二等辺三角形や正三角形の角の大きさを比べて，見付けたことをワークシートに記述する。
9	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰め，模様の中から形を見付け、その形の周りをなぞり、形の名前や図をかく。	操作活動	・　ワークシートに二等辺三角形や正三角形を敷き詰め，敷き詰めた模様の中にできる形を探し，形の回りをなぞる。
		言語化	・　敷き詰めた模様の中に二等辺三角形や正三角形，四角形などの形を見付け，ワークシートに記述する。
10	本単元の学習内容を振り返り，理解を確かなものにする。		

４　検証授業の分析・考察

二等辺三角形と正三角形の概念を形成することができたか

⑴　理解の状態の移行について

プレテスト，ポストテストとして，図３の問題を出題した。二等辺三角形や正三角形，直角三角形(直角二等辺三角形)，不等辺三角形を辺の長さに着目して分類することができるかを分析した。

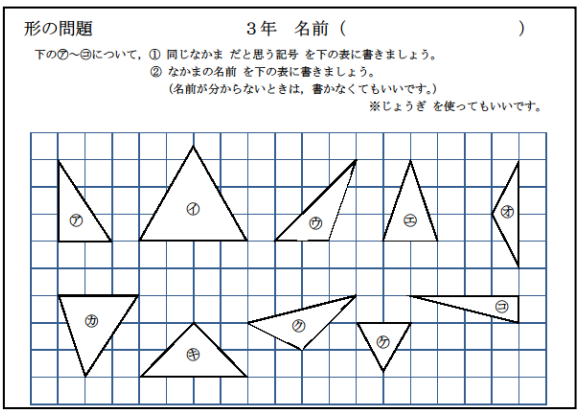


図３　プレテスト・ポストテスト

図４は，表５の理解の状態の判断基準を基に，学級全体の子どもの理解の状態の変容を示したものである。（第７時「角の大きさ」の学習を除く）

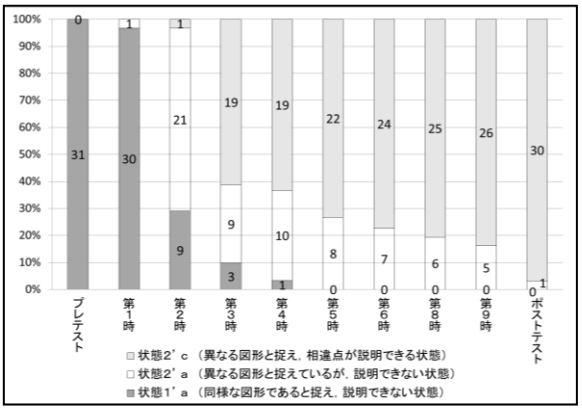


図４　理解の状態の変容(学級全体)

表５　理解の状態の判断基準

時	学習内容	状態1’ａ 同様な図形であると捉え，説明できない状態	状態2’ａ 異なる図形と捉えているが，説明できない状態	状態2’ｃ 異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態
プレテスト		辺の長さに着目して分類することができない。	辺の長さに着目して分類することができるが，その説明ができない。	辺の長さに着目して分類することができ，その説明ができる。
1	円周上の12等分した点と円の中心から３点を選び，直線で結び様々な三角形をつくり，できた三角形を仲間に分ける。	辺の長さに着目し，三角形を仲間に分けることができない。	辺の長さに着目し，三角形を仲間に分けることはできるが，その説明ができない。	辺の長さに着目し，三角形を仲間に分けることができ，その説明ができる。
2	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さを観点として分類ができることを知る。	辺の長さに着目して，二等辺三角形と正三角形を分類することができない。	辺の長さに着目して，二等辺三角形と正三角形を分類することができるが，その説明ができない。	辺の長さに着目して，二等辺三角形と正三角形を分類することができ，その説明ができる。
3	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選び，選んだ理由を考える。	コンパス（定規）を使って辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選ぶことができない。	コンパス（定規）を使って辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選ぶことはできるが，その説明ができない。	コンパス（定規）を使って辺の長さの相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選ぶことはでき，その説明ができる。
4	底辺が３ｃｍで他の辺が４ｃｍの二等辺三角形の作図の仕方を考える。	二辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用いて二等辺三角形を作図することができない。	二辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用いて二等辺三角形を作図することはできるが，その説明ができない。	二辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用いて二等辺三角形を作図することができ，その説明ができる。
5	３辺が４ｃｍの正三角形の作図の仕方を考える。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。	三辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用いて正三角形を作図することができない。	三辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用い正三角形を作図することはできるが，その説明ができない。	三辺が等しいという構成要素に着目し，定規とコンパスを用いて正三角形を作図することができ，その説明ができる。

6	円周上の２点を中心と結び，二等辺三角形や正三角形を作図し，二等辺三角形や正三角形になる理由を考える。	円の性質を用いて，二等辺三角形や正三角形を作図することができない。	円の性質を基に，定規とコンパスを用いて二等辺三角形や正三角形を作図することはできるが，その説明ができない。	円の性質を基に，定規とコンパスを用いて二等辺三角形や正三角形を作図することができ，その説明ができる。
8	二等辺三角形や正三角形を紙にかいて切り抜き，折ったり重ねたりして角の大きさを比べ，角の性質をまとめる。	二等辺三角形や正三角形の等しい角を見付けることができない。	二等辺三角形や正三角形の等しい角を見付けることはできるが，その説明ができない。	二等辺三角形や正三角形の等しい角を見付けることができ，その説明ができる。
9	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰める活動を楽しみ，模様の中から形を見付け、その形の周りをなぞり、形の名前を書く。	二等辺三角形や正三角形を敷き詰めることができない。	二等辺三角形や正三角形を敷き詰めることはできるが，その形からさらに大きな図形を見付けたり，その形をかいたりすることができない。	二等辺三角形や正三角形を敷き詰めることができ，その形からさらに大きな図形を見付けたり，その形をかいたりすることができる。
ポストテスト		辺の長さに着目して分類することができない。	辺の長さに着目して分類することができるが，その説明ができない。	辺の長さに着目して分類することができ，その説明ができる。

時	理解の状態
プレテスト	直角三角形については，同じ仲間として捉えていたが，他の三角形については，形の見た目で仲間分けし，二等辺三角形と正三角形を同様な図形であるとして捉え，31 名中 31 名が，状態1’a(同様な図形と捉え，説明できない状態)と考えられる。
第１時	円周上の点や中心を結び，いろいろな三角形をつくり，その三角形を仲間分けする活動を行った。子どもたちは，「大きい形」「小さい形」「ケーキのような形」「かさの形」「とがっている形」など形の大きさや見た目で仲間分けをし，状態1’a(同様な図形と捉え，説明できない状態)と考えられる。31 名中１名が，正三角形を「正方形みたいに直線が同じ長さ」として仲間分けし，状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考えられる。
第２時	子どもたちが仲間分けしたものを黒板に掲示し，形の大きさや見た目で仲間分けすることは，人によって異なることを押さえた上で，辺の長さに着目することで三角形を分類する方法を考えさせた。31 名中 21 名が，ワークシートにある二等辺三角形や正三角形を見付けることはできたが，その説明ができないため，状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考える。31 名中１名が，正三角形を「３つの辺の長さがどれも等しい」と説明することができ，状態2’c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)と考えられる。
第３時	二等辺三角形と正三角形の名前を考えさせ，定義を学習した。適用問題として，いろいろな三角形から二等辺三角形(または正三角形)を選び，選んだ理由を書かせた。31 名中 19 名が，二等辺三角形(または正三角形)を正しく選び，選んだ理由を説明することができ，状態2’c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)に移行したと考える。９名が，二等辺三角形や正三角形を正しく選んでいるが，選んだ理由は無回答であるため，状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考えられ，３名が二等辺三角形や正三角形を正しく選ぶこともできず，選んだ理由も無回答であるため，状態1’a(同様な図形と捉え，説明できない状態)と考えられる。
第４時	二等辺三角形の作図をした。始めに底辺をかき，次にどうすればよいか投げかけ，定規とコンパスを用いて作図させた。31 名中 19 名は作図し，作図の仕方を言語化でき，状態2’c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)と考える。10 名は，作図はできているが，言語化ができないため，状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考える。作図ができなかった１名については，コンパスを使わずに定規だけでかき，辺の長さも等しくなかったため，状態1’a(同様な図形と捉え，説明できない状態)と考えられる。
第５時	正三角形の作図をした。前時で学習した二等辺三角形の作図を想起させ，活動の見通しをもたせるようにした。そのため，全ての子どもが正三角形を作図することができた。31 名中 22 名が状態2’c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)，８名が状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)であり，操作活動と言語化を二等辺三角形と正三角形で繰り返し行う中で，状態1’a の子どもがいなくなり，全員を状態2’a より上に移行することができたと考える。
第６時	円と円の中心を使って三角形をかき，31 名中 24 名が，円の中にできる三角形の名前と理由を説明することができ，状態2’c(異なる図

	形と捉え，相違点が説明できる状態）と考えられる。７名は，円の中にできる三角形の名前は分かるが，理由を説明できないため，状態２’a（異なる図形と捉えているが，説明できない状態）と考えられる。
第８時	角の性質について学習した。色紙に二等辺三角形と正三角形を作図し，周りを切り取り，折ったり重ねたりして，角の大きさを比べた。31 名中 25 人が，二等辺三角形や正三角形を折って重ねることを通して，性質を見付け，説明することができ，状態２’c（異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態）と考えられる。６名は，二等辺三角形や正三角形を折って重ねているが，その説明ができないため，状態２’a（異なる図形と捉えているが，説明できない状態）と考えられる。
第９時	二等辺三角形と正三角形の敷き詰めの学習をした。31 名中 26 人が，敷き詰めた模様の中から大きい二等辺三角形や正三角形を見付け，その名前を答えることができたため，状態２’c（異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態）と考えられる。５名は，敷き詰めはしているが，その中から大きい二等辺三角形や正三角形を見付けることができないため，状態２’a（異なる図形と捉えているが，説明ができない状態）と考えられる。
ポストテスト	31 名中 30 名が二等辺三角形と正三角形を選び，その説明ができ，状態２’c（異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態）であり，１名が状態２’a（異なる図形と捉えているが，説明できない状態）と考えられる。この１名については，正三角形のグループに正三角形とよく似た三角形を１つだけ入れていた。辺の長さを確認しなかったのではないかと考える。

以上の分析から，学習前の子どもの理解の状態は，状態 1’a であったが，二等辺三角形や正三角形についての様々な操作活動と言語化を学習していく中で，状態 2’c に着実に移行することができたと考える。

⑵　単元を通した操作活動と言語化について

ア　操作活動と言語化の評価の変容

図５は，表６の操作活動と言語化の評価基準を基に，操作活動と言語化のＢ評価以上の人数を示したものである。二等辺三角形と正三角形を作図する操作活動と操作の仕方を言語化することを繰り返し行うことでＢ評価以上の人数が増加し，言語化の内容も辺の長さに着目した内容となり，図形概念を形成するために有効であったと考えられる。

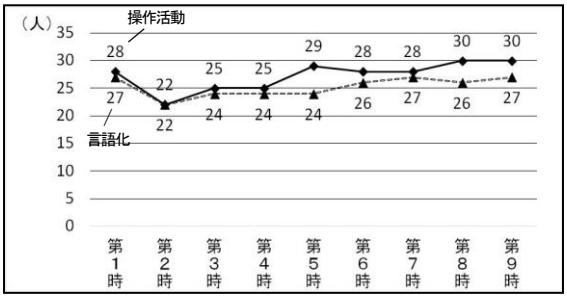


図５　操作活動と言語化のＢ評価以上の人数（学級全体）

表６　操作活動と言語化の評価基準

時	学習内容	操作活動と言語化	評価基準(B)
1	円周上の12等分した点と円の中心から３点を選び，直線で結び様々な三角形をつくり，できた三角形を仲間に分ける。	操作活動	・ 円周上の点を中心を直線で結んでいろいろな三角形をつくり，つくった三角形を仲間に分けることができる。
		言語化	・ ワークシートの下「どんな仲間ですか。書きましょう。」で仲間分けの理由を書くことができる。
2	三角形のいろいろな分類について考え，辺の長さを観点として分類ができることを知る。	操作活動	・ ワークシートの⑥⑦で「2つの辺の長さが等しい三角形」と「3つの辺の長さがどれも等しい三角形」をかくことができる。
		言語化	・ ワークシートに辺の長さで分類することについて書くことできる。
3	二等辺三角形や正三角形の定義を理解し，いろいろな三角形の中から辺の長さ相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選び，選んだ理由を答える。	操作活動	・ ワークシートの③④でコンパス（定規）を使って辺の相当関係を調べ，二等辺三角形と正三角形を選ぶことができる。
		言語化	・ ワークシートの③④で二等辺三角形と正三角形を選んだ理由を説明することができる。
4	底辺が３ｃｍで他の辺が４ｃｍの二等辺三角形の作図の仕方を考える。	操作活動	・ ワークシートの③④で定規とコンパスを用いて二等辺三角形を作図することができる。
		言語化	・ ワークシートの②で二等辺三角形の定義を基に，二等辺三角形の作図の仕方を説明することができる。
5	３辺が４ｃｍの正三角形の作図の仕方を考える。折り紙を折って二等辺三角形や正三角形を作り，辺の長さが等しいことを確かめる。	操作活動	・ ワークシートの③④で定規とコンパスを用いて正三角形を作図することができる。
		言語化	・ ワークシートの②で正三角形の定義を基に，正三角形の作図の仕方を説明することができる。
6	円周上の２点を中心と結び，二等辺三角形や正三角形を作図し，二等辺三角形や正三角形になる理由を考える。	操作活動	・ ワークシートの③④で円の性質を基に，定規とコンパスを用いて正三角形を作図することができる。
		言語化	・ ワークシートの④で円の性質を基に，正三角形の作図の仕方を説明することができる。
7	三角定規のかどの形を調べたり，大きさを比べたりして，角の大きさは辺の長さに関係がないことをまとめる。	操作活動	・ ワークシートの②③でかどの大きさ比べたり，紙の三角定規を切り取って，角の大きい順に記号を選んだりすることができる。
		言語化	・ ワークシートの『分かったこと』や『学習のまとめ』で，角の大きさについて（辺の長さに関係にないことなどを）書くことができる。
8	二等辺三角形や正三角形を紙にかいて切り抜き，折ったり重ねたりして角の大きさを比べ，角の性質をまとめる。	操作活動	・ 二等辺三角形と正三角形をつくり，観察したり，折ったり重ねたりし，等しい角を見付けることができる。
		言語化	・ ワークシートの『見付けたこと』や『学習のまとめ』で二等辺三角形と正三角形についての性質について見付けたことを書くことができる。
9	二等辺三角形と正三角形を並べて敷き詰める活動を楽しみ，見付けた形や気付いたことをまとめる。	操作活動	・ ワークシートに二等辺三角形や正三角形を敷き詰め，敷き詰めた模様の中にできる形を探し，形の回りをなぞることができる。
		言語化	・ ワークシートに敷き詰めた模様の中に二等辺三角形や正三角形，他の形を見付けて書くことができる。

イ　A児の変容

図６は，A児の理解の状態の変容である。A児は，第３時を終えた時点で言語化に課題が見られた。

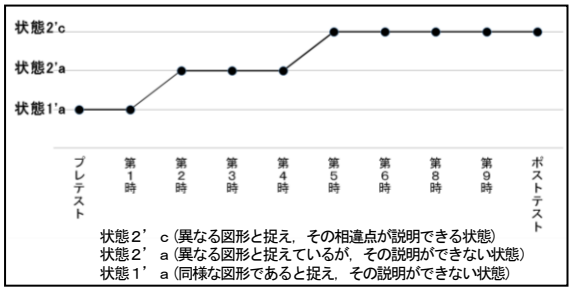


図６　A児の理解の状態の変容

A児は，第３時のワークシート(図７)において，二等辺三角形と正三角形を選んでいるが，その説明が無回答であり，状態 2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考えられる。

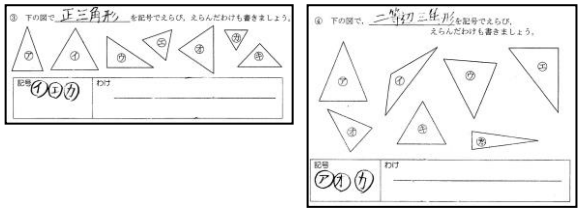


図７　A児の第３時のワークシート

図８は，A児の第４時のワークシートである。第４時のA児に対する手立てとして，二等辺三角形を作図するために，二等辺三角三角形の定義を説明することができるか確認した。定義を確認したことで，定規にコンパスを当て４ｃｍに開き，底辺の両端からコンパスで弧をかき，交点を結んで二等辺三角形を作図することができた。

一方で作図の仕方を明確に言語化するまでには至らなかった。そのため，状態2’a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考えられる。

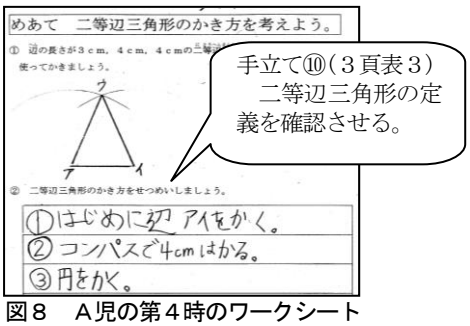


図８　A児の第４時のワークシート

図９は，A児の第５時のワークシートである。第５時のA児に対する手立てとして，操作したことの順序を意識させ，具体的に記述するよう個別に声かけをした。始めにすることから，最後にすることまでをア，イ，ウの記号を使い，用語を使って，具体的にワークシートに記述させた。そのことで，作図の仕方が明確になり，言語化できるようになったと考える。A児は，状態 2’c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)に移行したと考える。

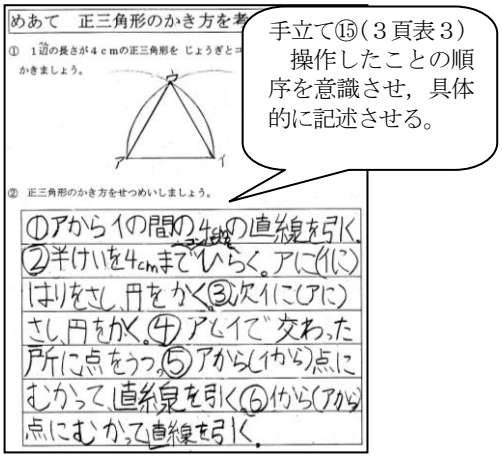


図９　A児の第５時のワークシート

８頁の図 10 は，A児の第６時のワークシートである。A児には，特に手立ては行わなくても，既習の円の性質を用いて，円の半径を利用し，正三角形を作図している。その説明から，作図したことを円の性質と正三角形の定義を踏まえて言語化できている。

A児は，図形の構成要素に着目し，図形の特徴と関連付けて捉えることができるようになり，概念を形成させたと考える。

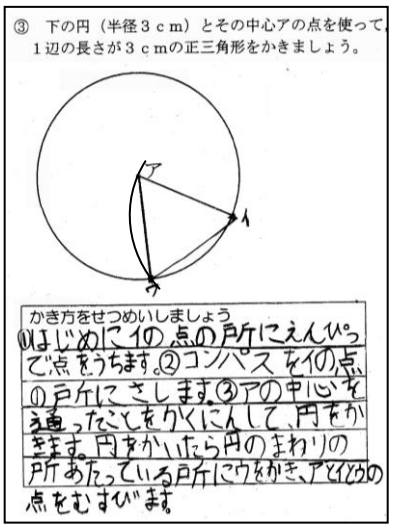


図 10　A児の第６時のワークシート

ウ　B児の変容

図 11 は，B児の理解の状態の変容である。B児は，第３時を終えた時点で，二等辺三角形や正三角形の定義について理解ができていないと考えられる。

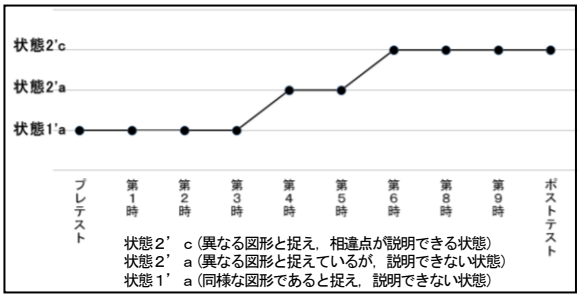


図 11　B児の理解の状態の変容

B児の第３時のワークシート(図 12)から，二辺三角形や正三角形を選ぶことができず，状態 1'a(同様な図形と捉え，説明できない状態)と考えられる。

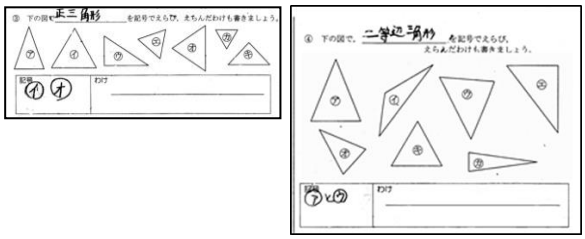


図 12　B児の第３時のワークシート

図 13 は，B児の第４時のワークシートである。第４時のB児に対する手立てとして，底辺が３ｃｍの辺アイをかき，残りの２辺を引くために点ウの位置を予想させた。円をかく道具として用いるコンパスをどのように使わせるのか意識させるために，二等辺三角形の２辺の動きを表したものを示し，コンパスで弧をかく手がかりにさせた。B児は，二等辺三角形の２辺に着目し，コンパスと定規を使って作図することができた。

しかし，二等辺三角形の作図の仕方を明確に言語化できなかった。そのため，状態 2'a(異なる図形と捉えているが，説明できない状態)と考えられる。

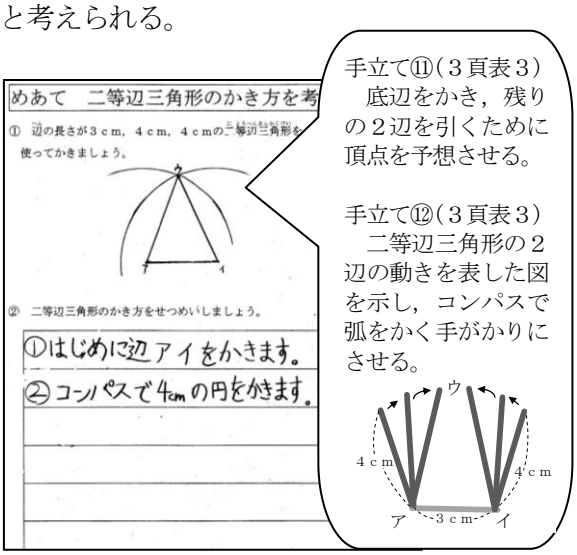


図 13　B児の第４時のワークシート

９頁の図 14 は，B児の第５時のワークシートである。第４時で言語化ができていなかったため，第５時の手立てとして，コンパスを何センチに開き，どこから円をかくか確認し，作図の手順を意識させ，ワークシートに記述させるようにした。

B児は，作図した後で，３つの辺の長さを確認し，等しい辺に印を付けている。辺の長さに着目し，作図の仕方を言語化できるようになったと考える。これらのことから，状態 2'c(異なる図形と捉え，相違点が説明できる状態)に移行したと考えられる。

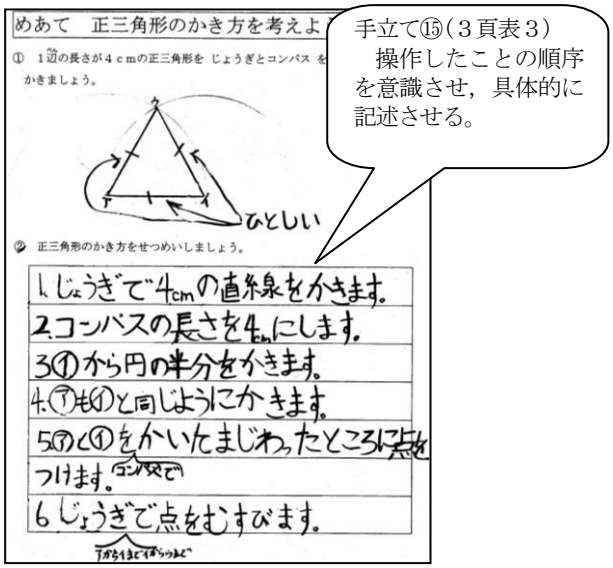


図 14　Ｂ児の第５時のワークシート

図 15 は，Ｂ児の第８時のワークシートである。二等辺三角形や正三角形を折る，重ねることで角の性質を見いだす操作活動を行い，自ら角の相当関係に着目し，気が付いたことを言語化している。構成要素に着目し，見いだしたことを図に分かりやすく説明し，概念を形成させたと考えられる。

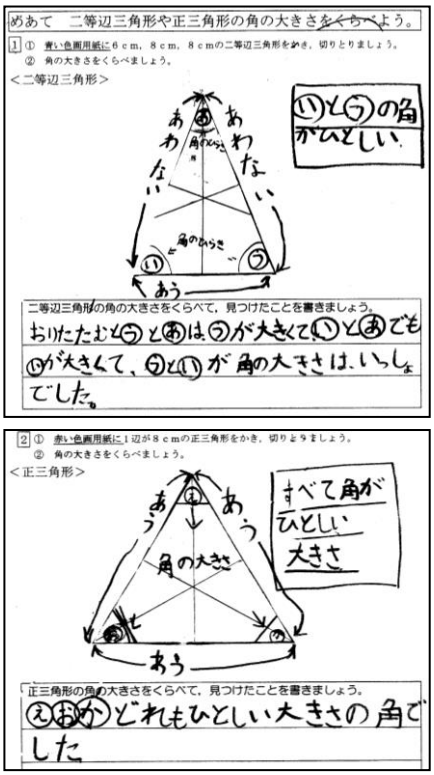


図 15　Ｂ児の第８時のワークシート

以上のような分析から，単元を通して操作活動と言語化を行い，図形の構成要素に着目した説明ができるようになったと考える。また，子どもの状態を見取り，下位状態にある子どもに対しての手立てを講じることで，状態間の移行を促し，概念を形成することができたと考える。

Ⅴ　研究のまとめ

１　成果

⑴　「理解の状態を捉える枠組み」について

本研究では，図形概念の過程を明確にするために二等辺三角形と正三角形の関係についての「理解の状態を捉える枠組み」を作成した。それによって，子どもの理解の状態を把握し，下位状態にある子どもに対して手立てを講じることができ，理解の状態を向上させることができた。

⑵　単元を通した操作活動と言語化について

図形を分類したり，作図したりする操作活動と操作したことを記述したり，理由を説明したりする言語化を通して，子どもが図形の構成要素に着目するようになり，二等辺三角形と正三角形の概念を形成することができた。

２　課題

本研究では，図形概念を形成する過程を明確にした枠組みを使って，二等辺三角形と正三角形の図形の意味や性質について理解を深める学習指導について考察した訳であるが，他の単元についてもこうした枠組みを活用した概念形成の指導ができないか研究していきたい。

また，操作活動と言語化を充実させることで，図形概念を形成することができた訳であるが，身に付けた知識・技能をいかに活用するかについては，今後の課題である。既習内容を活用する場面を設定し，図形の見方や考え方をさらに

深める授業にしていきたい。

引用文献

1)　文部科学省『小学校学習指導要領解説 算数編』東洋館出版社，平成 20 年，43 頁
2)　松尾七重『算数・数学における図形指導の改善』東洋館出版社，2000 年，65 頁
3)　前掲書，2)，152 頁
4)　前掲書，2)，261 頁
5)　前掲書，2)，247 頁
6)　前掲書，2)，261 頁

参考文献

①　『平成 27 年度全国学力・学習状況調査解説資料　小学校算数』国立教育政策研究所　教育課程研究センター，平成 27 年
②　文部科学省『小学校学習指導要領解説 算数編』東洋館出版社，平成 20 年
③　松尾七重『算数・数学における図形指導の改善』東洋館出版社，2000 年
④　松尾七重『図形の概念形成を促進する学習指導に関する研究』（課題番号：13680191），平成 13 年度～平成 16 年度科学研究費補助金（基礎研修（Ｃ）（２））研究成果報告書，2005 年