平 成 ２ ６ 年 度
広島市教育センター

小学校算数科第４学年「変わり方調べ」における数学的な考え方の育成に関する研究

－つながりをもたせた問題設定の工夫を通して－

広島市立仁保小学校教諭　　松　下　彰　吾

研究の要約

本研究は，つながりをもたせた問題設定の工夫を通して，小学校算数科第４学年「変わり方調べ」における数学的な考え方の育成について考察したものである。自身の授業リフレクションを通して，問題設定の工夫が不十分であることが分かった。また，文献研究から，問題を設定することの重要性が明らかになった。そこで，What-If-Not 方略を参考に問題設定を行い，前時と本時の問題につながりをもたせた工夫を取り入れ，検証授業を行った。その結果，児童は類推的な考え方が促され，帰納的な考え方を用いることが分かった。そして，これらの考え方を用いることで，関数の考えにつながり，式についての考えなどの数学的な考え方を身に付けることができた。

キーワード：関数の考え，式についての考え，類推的な考え，帰納的な考え，問題設定

Ⅰ　問題の所在

『小学校学習指導要領解説算数編』では，「D数量関係」の各学年の主な内容を，関数の考え，式の表現と読み，資料の整理と読みの３つに分類しており，現行学習指導要領から，言葉，数，式，図，表，グラフなどを用いた思考力・判断力・表現力等を重視するため，低学年から「数量関係」の領域を設け，各学年において充実を図ることになった。また，重点を置くべき指導として，「『数量関係』領域では，数量についての事柄を，言葉や式，表，グラフなどによって表現すること，二つの数量の間の変化や対応を調べるなどの関数の考えを育てることを重視する。」[1)] としている。

この数量関係領域に関わって，広島県「基礎・基本」定着状況調査における「伴って変わる数量」の数学的な考え方を問う問題の正答率は，毎年 50%前後と低く，所属校においても，通過率は低い結果となっており，関数の考えと式の表現と読みに課題が見られる。

これらのことから，数量関係が低学年から指導されるようになり，関数の考えや式の表現と読みが重視されているにも関わらず，十分に力が付いていないのではないかと考えられる。

この要因として，表を使って規則性を見付け，そのよさを感じさせるような指導の工夫を十分に行うことができていないことが考えられる。

これまでの自己の実践を振り返ると，問題解決学習において，ペアやグループを取り入れた学習形態の工夫や支援を要する児童への手立ての工夫などは行ってきた。しかし，授業の導入において問題の工夫を行っておらず，教科書にある問題を教師から一方的に提示することが多かった。そのため，前時と本時の問題につながりをもたせ，類推的に思考させることが十分にできていなかった。類推的に思考させながら表を使って規則性を見付け，そのよさを感じさせるために，つながりをもたせた問題設定の工夫を行うこととした。

Ⅱ　研究の目的

小学校算数科第４学年「変わり方調べ」の学習において，条件を変更して新たに問題を作り出す問題設定の工夫を行うことで数学的な考え方が育成されることを，実践を通して明らかにする。

Ⅲ　研究の方法

１　研究主題に関する基礎的研究
２　研究仮説の設定及び検証の視点
３　検証授業の計画・実施
４　検証授業の分析・考察

Ⅳ　研究の内容

１　研究主題に関する基礎的研究

(1)　数学的な考え方について

ア　数学的な考え方の具体化

片桐（1988）は，数学的な考え方を資料１のように３つのカテゴリーに分類している。

資料１　数学的な考え方一覧

Ⅰ　数学的な態度
Ⅱ　数学の方法に関係した数学的な考え方
帰納的な考え方，類推的な考え方，演繹的な考え方，統合的な考え方
発展的な考え方，抽象化の考え方，単純化の考え方，一般化の考え方
特殊化の考え方，記号化の考え方，数量化・図形化の考え方
Ⅲ　数学の内容に関係した数学的な考え方
集合の考え，単位の考え，表現の考え，操作の考え，アルゴリズムの考え
概括的把握の考え，基本的性質の考え，関数的な考え，式についての考え

また，片桐（2009）は「数学的な考え方を身に付けることこそが，学力の中心である」[2)] と

数学的な考え方の重要性について述べている。

イ　本研究における数学的な考え方

『小学校学習指導要領解説算数編』では，解決のための方法や結果の見通しをもとうとするときについて「幾つかの具体例を調べて共通性を見付けるという帰納的な考えや，類似の場面から推測するという類推的な考えを用いることもある。」[3] とし，筋道を立てて考えることについて「ある前提を基にして説明していくという演繹的な考えが代表的なものであるが，児童が算数を学習していく中では，帰納的な考えや類推的な考えもまた，根拠となる事柄を示すという点で，筋道を立てた考えの一つといえる。」[4] としている。

また，「変わり方調べ」の学習は，学習指導要領において資料２のように位置づけられている。

資料２　学習指導要領における本単元の位置づけ

第４学年　Ｄ数量関係 ⑴　伴って変わる二つの数量の関係を表したり調べたりすることができるようにする。 ⑵　数量の関係を表す式について理解し，式を用いることができるようにする。 ウ　数量を□，△などを用いて表し，この関係を式に表したり，□，△などに数を当てはめて調べたりすること。

このことから，本単元においては「関数の考え」と「式の表現と読み」の育成を目指すこととした。これらは，資料１にある「関数的な考え」「式についての考え」に当たるものである。

学習指導要領では，□や△などを用いた式について，「数量の関係や計算の法則を簡潔，明瞭，的確に，また，一般的に表すことができるよさ」[5] があるとしている。

また，関数の考えについて「数量や図形について取り扱う際に，それらの変化や対応の規則性に着目して問題を解決していく考え」[6] としている。

これらのことから，本研究では，資料３のように数学的な考え方を焦点化し，定義する。

資料３　本研究で扱う２つの数学的な考え方

関数の考え 数量や図形について，変化や対応の規則性に着目して問題を解決する。 式についての考え 図や表から見付けたきまりを，□や○などを用いて式に表す。

⑵　問題設定の工夫について

平林（1990）は，「わが国の算数・数学教育では，『問題解決』の指導についてはかなり研究が進んでいるが，『問題設定』については，ほとんど手つかずの状態なのである。しかし，問題は解決される前に，まず設定されなければならない。それどころか，問題を設定することは，問題を解決する以上に教育的に重要なことであると考えねばならない。」[7] と算数・数学教育における問題設定の重要性について述べている。

そこで，本研究においては，問題を教師から与えるのではなく，児童の考えを取り入れながら問題設定を行うこととした。その際に，S.I ブラウン／M.I ワルター（1990）によって示されたWhat-If-Not方略を参考にし，問題設定の手立てとすることとした。What-If-Notとは「もし～でなければどうか」と条件を変更して新たな問題を作り出す問題設定の技術である。What-If-Notについて片桐（1988）は，「『条件を変えることによって，結論の変化がどう依存するか』という見方である。そしてさらにその依存の仕方，すなわち関数関係をみようということとみられる。したがって，What-If-Not?は関数的な考えと言ってよいだろう」[8] としている。

これにより，問題を与えるのではなく，児童の考えを取り入れながら設定することで問題を自らのものとして主体的に受け止めることができると考える。また，本時の問題が，前時の問題の一部を変えて設定されているため，前時と本時の問題につながりが生まれ，類推的に考えるきっかけになると考える。

２　研究仮説の設定及び検証の視点

(1)　研究仮説

小学校算数科第４学年「変わり方調べ」において，条件を変更して新たな問題を作り出す問題設定の工夫を行えば，関数の考えや式についての考えなどの数学的な考え方を身に付けることができるだろう。

(2)　検証の視点

検証の視点については表１に示す。

表１　検証の視点

(1)	関数の考えや式についての考えなどの数学的な考え方が育成されたか。	ア	関数の考えが育成されたか (ｱ)　自力解決の方法の変容 (ｲ)　事前・事後テストの比較
		イ	式についての考えが育成されたか (ｱ)　「基礎・基本」定着状況調査における通過率の比較 (ｲ)　振り返りシートから
(2)	条件を変更して新たな問題を作り出す問題設定の工夫は，数学的な考え方の育成につながったか。		

３　検証授業の計画・実施

(1)　検証授業の実際

対　象：広島市立仁保小学校４年３組 34 名

単元名：「変わり方調べ」

期　間：平成 26 年 12 月５日～12 月 18 日

(2)　学習指導計画の作成にあたって

ア　単元目標

伴って変わる二つの数量について，それらの関係について表を用いて調べ，式に表して，二つの数量を明らかにする能力を伸ばす。

イ　単元計画と指導の工夫

毎時間，児童とともに問題設定を行った。単元計画と設定した問題は表２の通りである。

表２　問題設定を工夫した単元計画

次	時	問題設定のキーワード	問題設定の工夫	ねらい	数学的な考え方
1	1・2		1cm のぼうで正方形を作ります。正方形を 10 こ横にならべます。周りの長さは，何 cm になるでしょうか。	伴って変わる二つの数量の関係（四角形の数と周りの長さ）を表や図を使って，その関係をとらえる。	既習の考え方を使って解決している。【類推】
		もし 10 こでなかったら？	1cm のぼうで正方形を作ります。正方形を 100 こ横にならべます。周りの長さは，何 cm になるでしょうか。		10 個のときと同じ考え方で解決している。【類推的】
	3	もし正方形でなかったら？	1cm のぼうで正三角形を作ります。正三角形を 20 こ横にならべます。周りの長さは，何 cm になるでしょうか。	伴って変わる二つの数量の関係（正三角形の数と周りの長さ）を表に表して，その関係をとらえる。	正方形のときと同じようにできないかと考えている。【類推的】 幾つかの具体例を集めて考えている。【帰納的】
	4	もし 20 こでなかったら？	1cm のぼうで正三角形を作ります。正三角形を 100 こ横にならべます。周りの長さは，何 cm になるでしょうか。	第２時に作った表のきまりを，□や○を用いて式に表して，その関係をとらえる。	20 個のときと同じようにできないかと考えている。【類推的】 きまりを見付けて解決している。【関数】
	5	もし横でなかったら？	1cm のぼうで正三角形を作ります。正三角形をたてにふやしていき，大きな正三角形を作ります。100 だん目の周りの長さは，何 cm になるでしょうか。	伴って変わる二つの数量の関係（正三角形の段の数と周りの長さ）を表に表して，その関係をとらえる。	横に増やしたときと同じようにできないかと考えている。【類推的】 きまりを見付けて解決している。【関数】
	6	もし正三角形でなかったら？	1辺が1cm 正方形を１だん，２だん…とならべて階だんの形をつくります。100 だんならべます。周りの長さは何 cm になるでしょうか。	伴って変わる二つの数量の関係（四角形の段の数と周りの長さ）を表に表して，その関係をとらえる。また，□や○を用いて式に表して，その関係をとらえる。	正三角形のときと同じようにできないかと考えている。【類推的】 きまりを見付けて解決している。【関数】 □や○を用いて式に表して考えている。【式】
	7	もし周りの長さでなかったら？	2cm のぼうで正方形を作ります。正方形を 100 こ横にならべます。面積は何 ㎠になるでしょうか。	伴って変わる二つの数量の関係（図形の数と面積）を表に表したり，□や○を用いて式に表したりしてその関係をとらえる。	周りの長さのときと同じようにできないかと考えている。【類推的】 幾つかの具体例を集めて考えている。【帰納的】 きまりを見付けて解決している。【関数】 □や○を用いて式に表して考えている。【式】

検証授業では，前時に学習した問題を提示し，変更する部分を学級全体で確認した。そして，「もし～でなかったら」と What-If-Not の考え

を参考にして考えさせることで新たな問題を設定した。

また，資料４にあるように児童に「あきおいも…㋐アイテム（図，表，式）は何か（類推），㋖きまりは何か（関数），㋔同じようにできないか（類推），㋑いつでもそうか（式），㋲もし～なら（問題設定）」という合言葉を提示し，問題設定や問題解決の際の手立てとなるように工夫した。

資料４　児童に提示した合言葉の掲示物

４　検証授業の分析・考察

(1)　関数の考えや式についての考えなどの数学的な考え方が育成されたか

ア　関数の考えが育成されたか

検証については，抽出児Ａの自力解決の様子をもとに検証していきたい。抽出児Ａは，第１時において，図をかき，周りの長さを数えて解答している児童である。

(ｱ)　自力解決の方法の変容

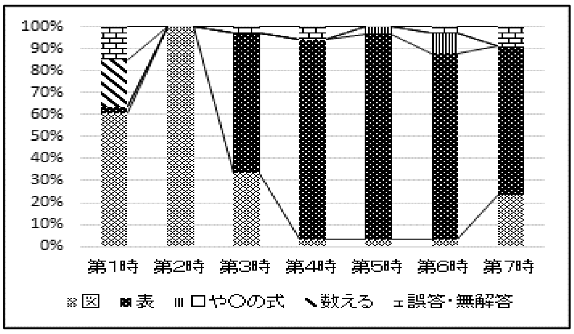


図１　自力解決の方法の変容

初めに，単元を通して類推的な考え方を用いていることを明らかにする。図１の通り，第１時は図をかき立式している児童が 58%だった。しかし，第２時になると，第１時に学んだ方法と同じやり方で全員が図をかき立式して問題を解決するようになっている。これは，類似の場面から推測して考える類推的な考え方を働かせていると考えられる。また，第３時は，問題が正方形から正三角形へと変わった時間であるが，表を使った解答が多く見られるようになった。この要因として，第２時に，第１時において幾つかの具体例を調べ，共通性を見付けている一人の児童の考え方から，表を使った解決の方法を学んだことが考えられる。第３時において，正方形から正三角形へと形が変わったとき，類似の場面から推測し問題を解決していることから，類推的な考え方を働かせていることが分かる。図２は，抽出児Ａの第３時の自力解決の様子である。抽出児Ａが類推的に考え，第２時と同じように表を用いたり，第１時と同じように図を用いて数えて確認したりして問題を解決している様子が分かる。

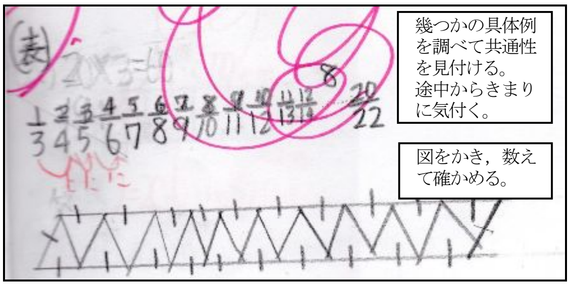


図２　抽出児Ａの第３時の自力解決の様子

次に，帰納的な考え方を通して，変化や対応の規則性を見付けると早く解決できることに気付き，関数の考えが育成されていることを明らかにする。第４時～第６時においては，表をかき，幾つかの具体例を調べ，共通性を見付けて問題を解決する児童が 80%を超えている。これは，帰納的な考え方を働かせる中で，幾つかの具体例を表にかいて調べると，変化や対応の規則性を早く見付けられることに気付き，関数の考えを使って解決する児童が増えたと考えられる。図３からも，抽出児Ａが図をかきながら周りの長さを調べ，表にかいている様子が分かる。また，表にかくことで変化や対応の規則

性を早く見付けられ，見付けた規則性を表に書き込む様子も分かる。

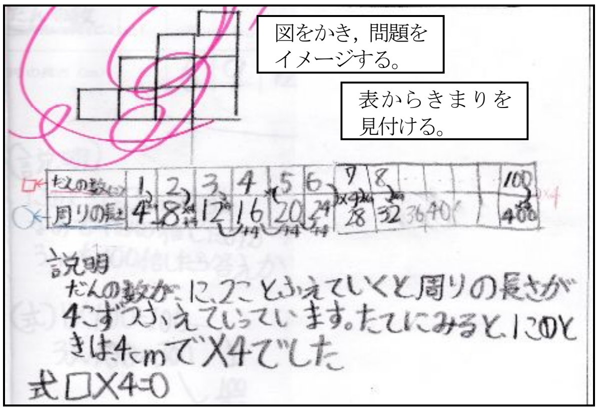


図３　抽出児Ａの第５時の自力解決の様子

しかし，図１の第６時から第７時だけを比較してみると，図を使って解答する児童が増えている。これは，表２（p． 3）の通り，第７時の問題が周りの長さを求める問題から面積を求める問題に変わったことが要因として考えられる。問題の質が変わっても，67.6%の児童が表をかき，幾つかの具体例を調べ，変化や対応の規則性を見付けて問題を解決しており，関数の考えを用いていると考えられる。

表３　変化や対応の規則性に着目している児童の数（人）　ｎ＝34

時	1	2	3	4	5	6	7
変化や対応の規則性に着目している児童の数（人）	1	0	8	21	30	31	23

また，表３からも，表に変化や対応の規則性を書き込み，きまりを見付け問題を解決する児童が第４時以降増え，多くの児童が変化や対応の規則性に着目することができるようになっていることが分かる。第２時までは，表を作成し幾つかの具体例を調べる児童は少なく，図を用いて問題を解決する児童が多かった。第３時からは，表を作成し，幾つかの具体例を調べて問題を解決する児童が増えた。しかし，表を全て書き上げている児童も多く，帰納的に考えてはいるが，変化や対応の規則性に着目できてない児童が多い。第４時以降は変化や対応の規則性に着目する児童が増えている。第４時以降は問題が「100 個や 100 段のときの周りの長さや面積を求める問題」に変わっている。数が増えたことにより，変化や対応の規則性に着目して問題を解決する必要感が生まれ，そのよさに気付いたことが，変化や対応の規則性に着目し問題を解決する児童が増えた要因と考えられる。

図４からも，抽出児Ａが事後テストにおいて，帰納的に考え，表に変化や対応の規則性を書き込んでいることが分かる。

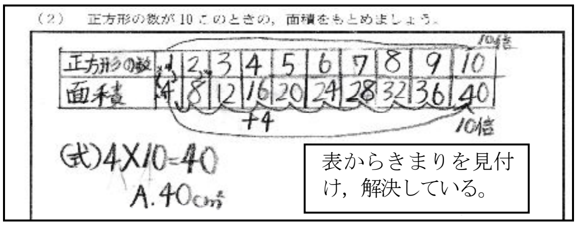


図４　抽出児Ａの事後テストの自力解決の様子

このように，表を作成し，幾つかの具体例を調べる中で，変化や対応の規則性に着目して問題を解決することにより，関数の考えが育成されたと考えられる。

(ｲ)　事前・事後テストの比較

事前・事後テストにおいて，資料５のような問題を出題した。九九のかける数と積の関係を表に表したものを見て，「かける数が１増える（減る）ごとに積は・・・」の続きを記述する設問である。事前テストでは「増える（減る）」としか答えられなかったが，事後テストでは「７増える（減る）」と変わり方のきまりに目を向けられる児童が増えた。

資料５　事前・事後テスト

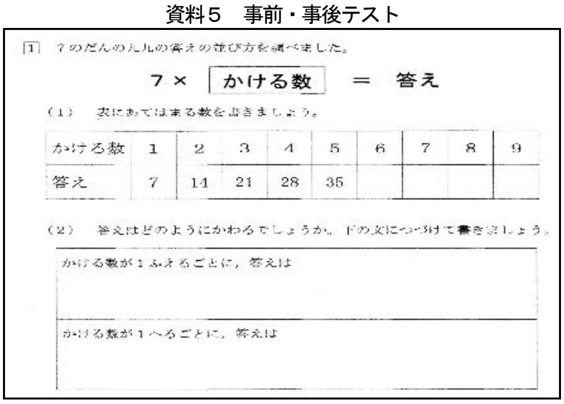


表４　事前・事後テストの比較　　　　ｎ＝34

平均値		t値	p値
事前	事後		
0.44	0.61	1.976*	0.028

＊ｐ＜.05

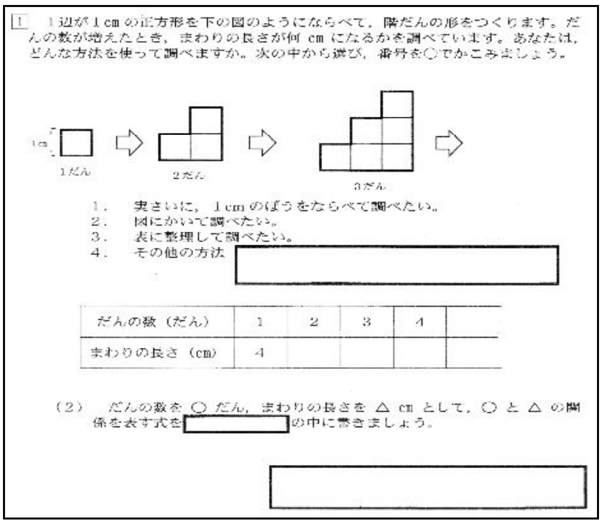
事前・事後テストにおいて，表からきまりを見付ける設問の伸びを検討するため，平均値の比較及びｔ検定を実施した。その結果，表４の通り，平均値の比較においては，事後が事前を上回った。また，ｔ検定においては，事前と事後の間に有意な差が認められることから，関数の考えが育成されたと考えられる。

イ　式についての考えが育成されたか

(ｱ)　「基礎・基本」定着状況調査における通過率の比較

授業実施後，式についての考えが育成されたかについて，平成 24 年度「基礎・基本」定着状況調査の伴って変わる数量に関する設問を用いて検証した。検証問題は資料６の通り，伴って変わる２つの数量の関係を捉え，それを○や△を用いて式に表すことができているかを問う設問である。

資料６　検証問題


1　1辺が1cmの正方形を下の図のようにならべて，階だんの形をつくります。だんの数が増えたとき，まわりの長さが何cmになるかを調べています。あなたは，どんな方法を使って調べますか。次の中から選び，番号を○でかこみましょう。

1.　実さいに，1cmのぼうをならべて調べたい。
2.　図にかいて調べたい。
3.　表に整理して調べたい。
4.　その他の方法

だんの数（だん）	1	2	3	4	
まわりの長さ（cm）	4				

（2）　だんの数を○だん，まわりの長さを△cmとして，○と△の関係を表す式を　　　の中に書きましょう。

本学級の通過率は，91.1％となった。この結果から，式についての考えが育成されていることが分かる。

児童の解答を見ると，正答の児童は，表を完成させきまりを見付けて解答している。それに対し３人の誤答の児童のうち，２人は表を正しく完成させることができてきない。１人は表を正しく完成することができているものの，○×２＝△と解答し，４倍のきまりを見つけることができていない。

正答児童，誤答児童の解答から，関数の考えが育成され，二つの数量の間の規則性を見付けられるようになることで，式についての考えが育成されたと考えられる。

(ｲ)　振り返りシートから

本単元では，第４時～第６時において，□や○を用いて式に表し，その関係をとらえることについて学習した。

児童の振り返りシートを見ると，第４時～第６時に「式についての考え」を使ったと認識している児童は，半数以下となっている。このことから，学んだ力を活用できていないということが分かる。また，児童の振り返りシートの記述の中に，数量の関係を簡潔，明瞭，的確に，また，一般的に表すことができる□や○を使った式のよさについての記述がほとんど見られなかったことから，□や○を使った式のよさについて気付かせる工夫が必要であったと推察される。

本研究では，本単元で扱う数学的な考え方を合言葉として提示することで意識化を図り，問題解決の手立ての一つとしたが，□や○に具体的な数値を入れるような□や○を用いた式を活用する場面が少なく，□や○を用いた式のよさについて実感できなかったことが課題として考えられる。

(2)　条件を変更して新たな問題を作り出す問題設定の工夫は，数学的な考え方の育成につながったか

振り返りシート（全７枚）の「もっとレベルアップしたいこと」欄には，主に次のように記述していた。

- もっとおおきな数にちょうせんしてみたい。
- 正三角形以外でもできるようになりたい。
- 形を変えて大きい数から小さい数までチャレンジしたい。
- 六角形でもできるかやってみたい。

本単元において「問題の条件を変更してみたい」という内容の記述がある児童が34人中22人おり，児童が類似の場面を想定し，本時で学んだことを活用してみたいという考えをもっていることが分かる。このことから，問題設定の工夫により，本時と次時の学習につながりが生まれたのではないかと考える。

また，振り返りシートの自分が使った考え方についての自己チェックにおいて，「類似の場面から推測し，学んだアイテム（図・式・表）で使えそうなものは何か」と考えた児童の推移は表５の通りである。

表５　振り返りにおいて「学んだアイテム（図・式・表）で使えそうなものは何か」という考え方を使ったと認識している児童の数の推移　n＝34

時	1	2	3	4	5	6	7
「アイテムは何か」と考えた（人）	27	28	26	24	29	33	27

「類似の場面から推測し，学んだアイテム（図・式・表）で使えそうなものは何か」と考えた児童は，単元を通して70%を超えている。これは，問題設定の工夫により，前時と本時の問題につながりが生まれ，類似の場面が出来上がったことにより，類推的な考え方が促されたと考えられる。

さらに，単元最後の振り返りでは次のように記述していた。

- むずかしかったところは正三角形のときです。なぜなら，正方形とちがって辺が４つではなかったからです。
- 図にかいて調べられなかったから，三角形もむずかしかった。いつも四角形で形を使っていたけど，三角形を図にかいて調べにくいから。
- 大きい数にしたとき，図に表すのがむずかしいと感じました。

本単元において，34人中25人の児童がWhat-If-Notの考えを用いて新たな問題が設定されたときに，類推的な考え方を用いて解決しようとするものの，難しさを感じている。要因として，数が増える，形が変わる，並べ方が変わるという条件変更により，表や図を全てかくのは難しいと感じ，きまりを見出していく必要性が生まれたと考えられる。

このことは，抽出児の第４時の見通しをもつ場面でのつぶやきからも分かる。第４時は，表２の通り，１㎝の棒で正三角形を作り横に並べて周りの長さを求める問題で，正三角形の数が20個から100個へと変わった場面である。

見通しをもつ場面での抽出児Ａのつぶやき

Ｔ：　アイテムは何にしますか？
抽出児Ａ：　表しかないんじゃない？
Ｃ：　表と図！
抽出児Ａ：　それは難しいね…。

抽出児Ａは，解決の方法として「表しかない」と発言し，「表と図」という意見に対し「それは難しい」と答えている。このことから，抽出児Ａは図で表すことに限界を感じていることが分かる。つまり，問題設定の工夫による問題の変化により，図で表すことに限界を感じ，表を用いて幾つかの具体例を調べる帰納的な考え方へと変化していると考えられる。また，100個もの表を全て書き上げることは難しい。そこで，変化や対応の規則性に着目して問題を解決する関数の考えのよさに気付き，関数の考えを用いて問題を解決する児童が増えたと考えられる。

このように，帰納的な考え方を通して，きまりを見付けて問題を解決することのよさに気付き，関数の考えへとつながり，きまりを見つけることができるようになったことで式についての考えの育成へとつながったと考えられる。

以上のようにして，条件を変更して新たな問題を作り出す問題設定の工夫により，関数の考えや式についての考えなどの数学的な考え方の考えの育成につながったと考えられる。

Ⅴ　研究のまとめ

１　成果

本研究では，関数の考え，式についての考えを育成することを目的に，つながりをもたせた問題設定の工夫を行った。この工夫により，類推的な考えが促され，帰納的な考えを通してきまりを見付けて問題を解決することのよさに気付き，関数の考えが身に付くことが分かった。さらに，関数の考えを身に付けることで，式についての考えを育成することができた。

２　課題

式についての考えは概ね身に付けることができているにも関わらず，「式についての考え」を使ったと認識している児童は，半数以下となっていることから，□や△を使った式を活用するまでには至っていないと考えられる。これは，□や△を使った式のよさを感じさせる場面を設定したものの，そのよさを実感させることが出来なかったことやよさを実感できる問題設定ができていなかったことが要因として考えられる。今後は，□や△に数値を入れる場面を設定し，□や△を使った式のよさを感じさせる学習を単元の中に位置づけ，□や△を使った式のよさを実感できる問題設定に取り組んでいく必要があると考えられる。

【引用文献】

１）　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』，東洋館出版社，平成 20 年，７頁
２）　片桐重男「算数の『学力』とは何か」，明治図書，2009，41 頁
３）４）　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』,東洋館出版社,平成 20 年, 20 頁
５）　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』，東洋館出版社，平成 20 年，137 頁
６）　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』，東洋館出版社，平成 20 年，49 頁
７）　S.I.ブラウン／M.I.ワルター『いかにして問題をつくるか　問題設定の技術』，平林一榮監訳，東洋館出版社，1990，189 頁－190 頁
８）　片桐重男『数学的な考え方の具体化』，明治図書，1988，215 頁

【参考文献】

①　S.I.ブラウン／M.I.ワルター『いかにして問題をつくるか　問題設定の技術』，平林一榮監訳，東洋館出版社，1990
②　片桐重男『数学的な考え方の具体化』，明治図書，1988
③　片桐重男「算数の『学力』とは何か」，明治図書，2009
④　文部科学省『小学校学習指導要領解説算数編』，東洋館出版社，平成 20 年