

平成 24 年度  
広島市教育センター

## 数学的な思考力・表現力をはぐくむ学習指導に関する研究 －自分の考えを説明し伝え合う言語活動を通して－

広島市立美鈴が丘中学校教諭 道 閑 由 紀 子

### 研究の要約

『中学校学習指導要領解説 数学編』では、数学的な思考力・表現力を育成するために、自分の考えを説明したり、表現し伝え合ったりする学習活動の充実が重視されている。これまでの実践では、自分の考えを根拠を明確にして説明させたり、他者の考えを聴き自分の考えを深めたりする学習指導の工夫が十分ではなかった。

そこで、本研究では、中学校数学科第1学年「平面図形」において、自分の考えを説明し伝え合う言語活動を重視した学習指導の工夫を行い授業実践に取り組んだ。

研究を通して、身に付けさせたい思考力・表現力を明確にし、それらの力をはぐくむためにグループ学習に対する指導、「よい課題」、共通シートの三つの工夫を取り入れた。そのことが、生徒の数学的な思考力・表現力の育成につながったと考えられる。

キーワード： **数学的な思考力・表現力**， **言語活動**， **グループ学習に対する指導**， **よい課題**， **共通シート**

## I 問題の所在

『中学校学習指導要領解説 数学編』では、「数学的活動は、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるとともに、数学的に考える力を高めたり、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものである。」<sup>1)</sup>と数学的活動の重要性が述べられている。中でも特に重視している数学的活動の一つに「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」<sup>2)</sup>がある。これは、「言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、数量や図形などに関する事実や手続き、思考の過程や判断の根拠などを的確に表現したり、考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合い共有したり、見いだしたことや思考の過程、判断の根拠などを数学的に説明したりする活動である。」<sup>3)</sup>と示されている。

過去の全国学力・学習状況調査における活用力を問うB問題の調査では、数学的な思考力・表現力を測る記述式の問題で正答率が低い結果が見られた。自身の授業を振り返ってみても、問題に対する答えを求めることが中心に行われ、予想した事柄や問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明したり、事柄が成り立つ理由を説明したりする機会が少なかったと考えられる。その他、グループ学習を、授業の中に必ず1回は取り入れて行ってきたが、学習形態はグループでも教師に頼ろうとする生徒が多く、生徒と生徒のつながりが薄いと感じている。そのため、正しい答えは分かっているにもかかわらずその根拠をノートに記述したり、相手に図や式を使ってわかりやすく伝えたりすることに課題があると感じている。また、学力差があり、数学が苦手な生徒は、課題に取り組むことをすぐにあきらめたり、分からないことがあっても他者に頼ることができず分からないまま1時間を過ごし

てしまったりする現状がある。

そこで、本研究では、自分の考えを説明し伝え合う言語活動に焦点を当てて、テーマを設定した。

## II 研究の目的

数学的な思考力・表現力をはぐくむために、自分の考えを説明し伝え合う言語活動を取り入れた学習指導の工夫を探ることを目的とした。

## III 研究の方法

- 1 研究主題に関する基礎的研究
- 2 実践授業
- 3 実践授業の分析と考察

## IV 研究の内容

### 1 研究主題に関する基礎的研究

#### (1) 数学的な思考力・表現力について

##### ア 数学的な思考力について

熊倉啓之は、数学的な思考力の具体的な内容として、「数学的に推論する力」(演繹的・帰納的・類比的)、「見通しを立てて予想する力」,「統合・発展・一般化する力」,「多様に考える力」,「分類・整理する力」,「検証する力」<sup>4)</sup>の六つの能力を挙げる能够做到と述べている。

##### イ 数学的な表現力について

裕元新一郎は、数学的な表現力を「伝える力」,「かく力」,「読む力」<sup>5)</sup>の三つの柱でとらえることの大切さを述べている。

#### (2) 本研究で育てたい数学的な思考力・表現力について

本研究では(1)の中より育てたい数学的な思考

1) 2) 3) 文部科学省『中学校学習指導要領解説 数学編』教育出版,平成20年,14頁,15頁,55頁

4) 熊倉啓之『小集団での追求で効果抜群!数学的な思考力・表現力を鍛える授業24』明治図書,2011年,7頁

5) 裕元新一郎『中学校数学科「数学的な表現力」を育成する授業モデル』明治図書,2009年,15頁

力を「数学的に推論する力」, 「見通しを立てて予想する力」, 「統合・発展・一般化する力」, 数学的な表現力を「伝える力」, 「かく力」, 「読む力」に焦点化して検証することとした。

### (3) 言語活動について

『言語活動の充実に関する指導事例集【中学校版】』によると, 「数学科において, 生徒が学んだ数学を活用して考えたり判断したりすることをよりよく行うことができるよう, 言葉や数, 式, 図, 表, グラフなどの数学的な表現を用いて, 論理的に考察し表現したり, その過程を振り返って考えを深めたりする学習活動を充実する」<sup>6)</sup>と述べている。

### (4) グループ学習の工夫について

#### ア グループ学習に対する指導について

出口拓彦は, 「グループ学習の指導の際には, 『討議に関する指導』と『参加・協力に関する指導』を共に行うことが重要である」<sup>7)</sup>と述べており, 本研究において, この二つのグループ学習に対する指導として, 『討議に関する指導』, 『参加・協力に関する指導』を図1のように一括提示して行った。

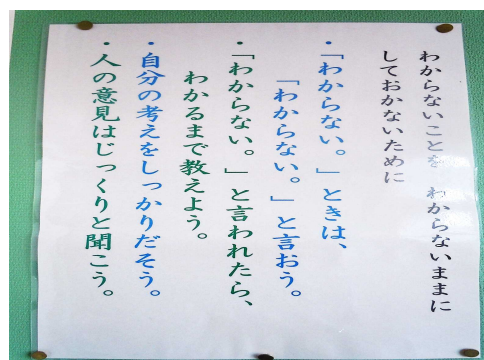


図1 「討議に関する指導」, 「参加・協力に関する指導」

#### イ 学習課題について

熊倉啓之はグループ学習での追求を核とする授業をつくるための留意点として, 「追求する課題

は, 『よい課題』であることが重要であろう。『よい課題』とは次の条件(表1)を満たすものである」<sup>8)</sup>と述べている。そこで, これらの条件を満たす学習課題をとり入れ授業を行った。(図2<sup>9)</sup>, 図3)

表1 「よい課題」

|                          |
|--------------------------|
| ① 生徒にとって適度な難しさであること。     |
| ② 解決するのに数学的な思考力を必要とすること。 |
| ③ 多様な解法が考えられること。         |
| ④ 課題に発展性があること。           |
| ⑤ 生徒が興味・関心をもって取り組めること。   |



図2 「よい課題」の例(第9時の学習課題)

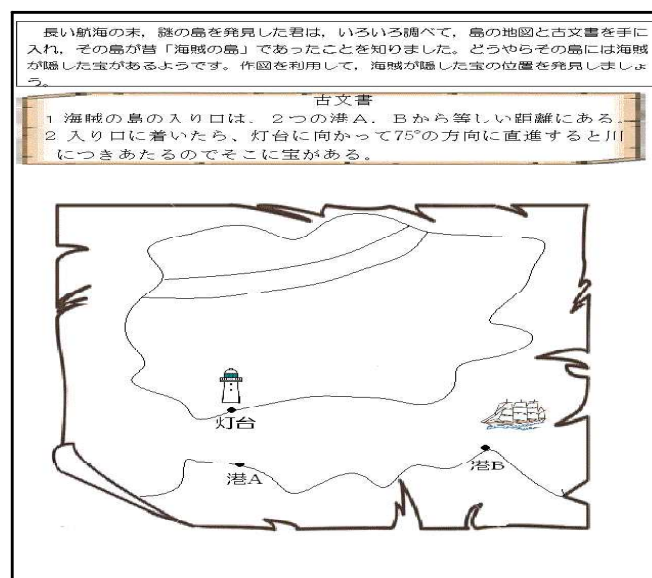


図3 「よい課題」の例(第10時の学習課題)

6) 文部科学省『言語活動の充実に関する指導事例集【中学校版】』教育出版, 平成24年, 12頁

7) 出口拓彦「グループ学習に対する教師の指導と児童による認知との関連」, 『教育学心理学研究』, 2001年, 91頁

8) 熊倉啓之『小集団での追求で効果抜群! 数学的な思考力・表現力を鍛える授業24』明治図書, 2011年, 28頁

9) 文部科学省検定済教科書『中学校数学1』学校図書, 平成24年, 253頁

## ウ 共通シートについて

共通シート（図4）とは、グループ内で各自の考えを伝えやすくするために、複数の考えを書き込むことができるシート

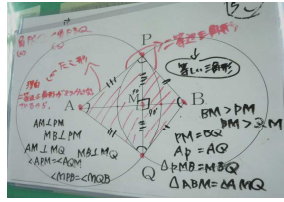


図4 共通シートの例

である。熊倉啓之は、「小集団で自分の考えを説明するのに、ホワイトボードや説明シートを活用すると効果的である」<sup>10)</sup>と述べている。相手に自分の考えを説明し、互いに自分の考えを伝え合う活動を行う際に、共通シートを活用し、図や式、言葉を必要に応じて用いることで、相手に分かりやすく説明することができるように工夫した。

## 2 実践授業

### (1) 実践授業の実施

ア 対象 広島市立美鈴が丘中学校 第1学年3組30名

イ 単元名 「平面図形」

ウ 実施期間 1月21日～1月29日

### (2) 学習指導計画作成にあたって

#### ア 実践ルーブリックの作成

生徒の数学的な思考力・表現力が向上したかどうかを判断するために、実践ルーブリックを作成した。身に付けさせたい数学的な思考力・表現力の変容を見取り、具体的な支援につなげるために本単元で育てたい数学的な思考力・表現力を焦点化し、それぞれ思考ルーブリック（表2）と表現ルーブリック（表3）を作成した。

#### イ 「数学的な思考力・表現力」の明確化

思考ルーブリックと表現ルーブリックを用いて単元を通して身に付けさせたい数学的な思考力（ア数学的に推論する力、イ見通しを立てて予想する力、ウ統合・発展・一般化する力）・表現力（ア伝える力、イかく力、ウ読む力）を明確にし、それをもとにして、1時間1時間のどんな数学的な思考力・表現力をはぐくみたいかを具体的に指

導計画（表4）の中に位置付けた。

表2 思考ルーブリックの例

| 本単元で育てたい数学的な思考力 | S  | A                                       | B                               | C                                    |
|-----------------|--|---|---------------------------------|--------------------------------------|
| ア 数学的に推論する力     | 既習事項を組み合わせて、類似の問題を想起し、それをもとに根拠や順序をはっきりさせて答えを確かめ、説明できる。 | 既習事項を明確に想起し、それをもとに根拠や順序をはっきりさせて答えを確かめる。 | 曖昧ではあるが、既習事項を想起し、それをもとに答えを確かめる。 | 既習事項を思い出せず、根拠や順序をはっきりさせず、答えを確かめられない。 |

表3 表現ルーブリックの例

| 本単元で育てたい数学的な表現力 | S   | A  | B  | C  |
|-----------------|---|--|--|--|
| ア 伝える力          | 自分がどのように考えたのかその思考過程や根拠を明確にして、数学的な用語や記号、図、式を用いて順序よく説明することができる。     | 自分がどのように考えたのかその思考過程や根拠を明確にして、数学的な用語や記号、図、式を用いて自分なりに説明することができる。     | 自分がどのように考えたのかその思考過程や根拠を明確にして、数学的な用語や記号、図、式を用いて自分なりに説明することができる。 | 自分がどのように考えたのかを、言葉や図、式を用いて自分なりに説明することができない。     |
| イ かく力           | 自分がどのように考えたのかその思考過程や根拠を明確にして、数学的な用語や記号、図、式を用いて整理し、順序よくまとめることができる。 | 自分がどのように考えたのかその思考過程や根拠を明確にして、数学的な用語や記号、図、式を用いて自分なりに整理し、まとめることができる。 | 自分がどのように考えたのかを、数学的な用語や記号、図、式を用いて自分なりに整理し、まとめることができる。           | 自分がどのように考えたのかを、言葉や図、式を用いて自分なりに整理し、まとめることができない。 |

表4 指導計画

| 時  | 学習内容               | 育てたい思考力   | 育てたい表現力  |
|----|--------------------|---|--|
| 4  | 基本の作図<br>線対称な図形をかく | ○線対称な図形の作図の方法を見だし、作図した図形の中にある新たな性質を見出すことができる。                                 | ○線対称な図形の作図の方法や、作図した図形の中にある新たな性質を数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。                  |
| 5  | 交わる2つの円の性質         | ○交わる2つの円の性質を見だし、その根拠を線対称な図形の性質をもとに示すことができる。                                   | ○交わる2つの円の性質や、その根拠を線対称な図形の性質をもとに数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明することができる。                         |
| 6  | 垂直二等分線の作図          | ○具体的な操作活動をもとに垂直二等分線の作図方法を予想し、見だし、その作図が垂直二等分線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに示すことができる。 | ○垂直二等分線の作図方法や、その作図が垂直二等分線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。 |
| 7  | 角の二等分線の作図          | ○具体的な操作活動をもとに角の二等分線の作図方法を予想し、見だし、その作図が角の二等分線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに示すことができる。 | ○角の二等分線の作図方法や、その作図が角の二等分線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。 |
| 8  | 垂線の作図              | ○具体的な操作活動をもとに垂線の作図方法を予想し、見だし、その作図が垂線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに示すことができる。         | ○垂線の作図方法や、その作図が垂線になっているかどうかを線対称な図形の性質をもとに数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。         |
| 9  | 作図の利用              | ○円の対称性から基本の作図を利用して、円の中心を見出すことができる。  | ○円の対称性から基本の作図を利用して、円の中心を見出す方法やその根拠を数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。               |
| 10 | いろいろな角度の作図（本時）     | ○基本の作図を利用して、75°を作図する方法を予想し、見出すことができる。   | ○基本の作図を利用して、75°を作図する方法やその根拠を明確にして、数学的な用語や記号を用いて自分なりに説明したり、まとめることができる。                |

10) 熊倉啓之『小集団での追求で効果抜群！数学的な思考力・表現力を鍛える授業24』明治図書、2011年、24頁

## ウ 判定基準の作成

生徒がどのように思考したのかをワークシートの表現により可視化し、その背後にある思考を読み取るために判定基準（表5）を作成した。本単元では、本来ならば、「作図ができる」ことが目標であるが、本研究では、生徒の数学的な思考力・表現力が向上したかどうかを判断するために判定基準のレベルを上げ、4段階に設定した。説明ができるまでをA、Bとし、Cを二つに分け、「作図はできているが説明ができていない」と「作図も説明もできていない」とし、より細かくワークシートを分析できるよう具体的な生徒の記述を予想し作成した。

表5 判定基準の例（第10時）

| 尺度 | 判断の目安と活動や作品等の例   |
|----|--|
| A  | <p>【判断の目安】<br/>75°の作図ができ、その方法をどの基本の作図を利用し、どんな図形の角度をもとにしたのかを数学的用語を用いて記述でき、宝の位置の求め方も順序よく記述できている。</p> <p>① 入り口のところに垂線を作図し、90°をつくる。<br/>② 灯台側の90°を二等分し、45°をつくる。<br/>③ EDを一辺とする正三角形を作図し、60°をつくる。<br/>④ ∠EDFの二等分線を作図し、30°をつくる。<br/>⑤ ∠EDC + ∠GDE = 45° + 30° = 75°ができる。<br/>⑥ 川と半直線DGとの交点が宝の位置である。</p> |
| B  | <p>【判断の目安】<br/>75°の作図ができ、その方法をどの基本の作図を利用し、どんな図形の角度をもとにしたのかを数学的用語を用いて記述でき、宝の位置を求めることができる。</p> <p>入り口の所に垂線を作図する。∠CDHの二等分線を作図する。正三角形を作図する。∠EDFの二等分線を作図する。すると、∠CDG = 45° + 30° = 75°となり、DGと川の交点が宝の位置である。</p>   |

## 3 実践授業の分析と考察

### (1) 学級全体の変容について

#### ア 学習振り返りカードの分析と考察

グループ学習に対する指導を行うことで、班で協力して学習することの大切さ（図5）や全員が参加できるようにメンバーが気を配ることの大切さ（図6）を実感するようになってきた。また、生徒の感想にも、図7のような感想が多くあり、グループ学習のよさを実感することができたと考えられる。

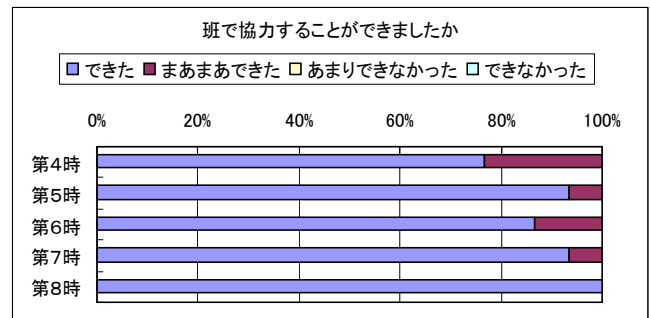


図5 協力して学習することの大切さについて

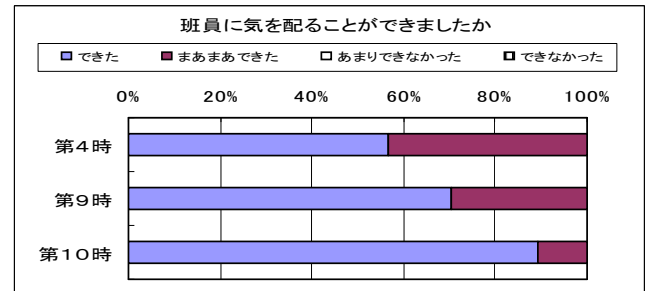


図6 全員が参加できるようにメンバーが気を配ることについて

班学習で自分なりに戸がわかった人がいたのびとてよかったです。友達は自分とは違った意見を持っていたので自分では気づかなかった戸を気づくことができました。今日の授業では班学習が一番よかったですと思います。

図7 班学習に対する生徒の感想

### イ 授業におけるワークシートの分析と考察

本研究における判定基準では、「作図ができる」までを2とし、「作図の手順を説明することができる」からを3、4とした。判定基準の3から4へ割合が増えてきている。（図8）このことは、自分の考えを説明し伝え合う言語活動を取り入れたことが、生徒の思考を助け、数学的な思考力・表現力をはぐくむことに有効であったと考えられる。

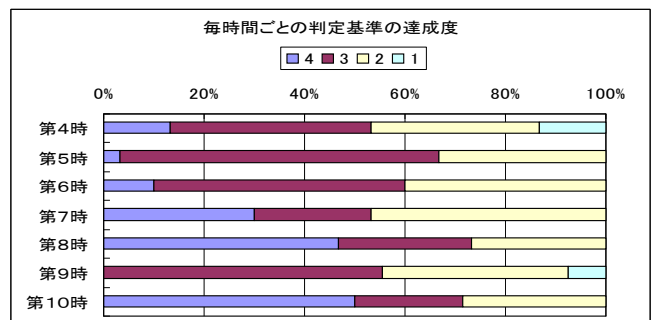


図8 毎時間ごとの判定基準の達成度

## ウ 活用評価問題の実施と分析と考察

H24年度の全国学力・学習状況調査の活用を問うB問題からほぼ同様の本単元の「平面図形」の活用評価問題を作成し実施した結果(図9), どの設問も全国, 広島県, 本校3年生の平均通過率を上回る結果であった。

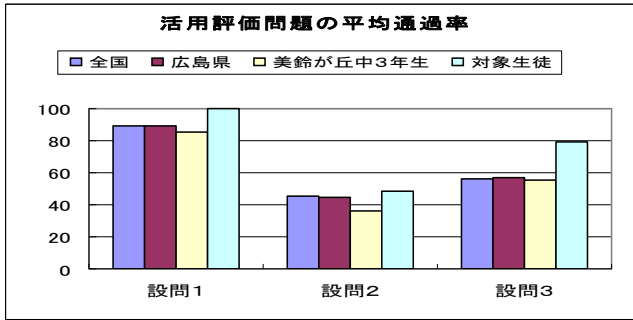


図9 活用評価問題の平均通過率

### (2) 個人の変容について

#### ア 抽出生徒Aの分析と考察

説明することが苦手な生徒Aは, 第7時では, 「教えて」と言われた友だちに作図方法を言葉だけで伝えようとしていた(図10)ため, なかなか相手に伝わらなかったが, 授業後の感想に「友だちが分からなかったところがあって必死に説明しているところとちゃんと聴いてくれたからうれしかった」と記述していた。そこで, 第8時の授業の最初に, 学級全体に, 友だちが分かるまで説明できたことを評価した。その結果, その授業では, 自分の考えを話そうとし, 友だちの考えも聞き入れながら自分の作図方法を共通シートを使って説明することができた。(図11) また, 友だちの考えもワークシートに記述し, 思考の深まりが感じられた。

#### A : 抽出生徒A C : 班の生徒

C : 見せて  
A : 答え見てやったら意味ないじゃん。(プリントをみせない)  
A : 0から適当でいいけんAとBの線に重なるように引いて。  
A : CとDから。  
C : CとD?  
A : 今できたやつをCとDにして  
A : 長さを測ってCからとって, 0とDの長さを測って交わったところを結ぶだけ。  
C : これであつとるか分度器で測って。  
A : (測る) 線がずれとる。  
C : こうでしょ。  
A : 違う。

図10 第7時の抽出生徒Aのグループ学習での発言の様子

#### A : 抽出生徒A C : 班の生徒

A : おれのやり方聴きたくないよね?  
C : 一応教えてや。  
A : Pに針をおいて適当にL上に2本入るようにひいて, ここをAとしてここをBこういう感じ。(共通シートを使って説明している。)  
C : なんでそれでなるん?  
C : ひし形を作ればいいんでしょ。  
A : ひし形もできるよね。ただ適当に線を引きして2つの交わったところを引けば  
C : ひし形作るやつと一緒にじゃん。昨日やった。  
A : うーんまあ, ひし形作るわけじゃないから。まあこういうやり方でもできますよということです。  
S : どうだったっけ。Tくんの考えは, こうか。(Tの考え方をプリントにききだす)

図11 第8時の抽出生徒Aのグループ学習での発言の様子

この生徒Aの変容を実践ルーブリックをもとに分析すると, 思考ルーブリックから, 数学的に推論する力(表2のア)が, 第7時は既習事項を想起して手順まではできていたのでBと判断した。

(図12) 第8時では, なぜそうなるのか根拠を明確にしたこ形をイメージして推論することができており, Aと判断できる。(図13)よって, 数学的に推論する力がBからAへとはぐくまれたと考えられる。また, 表現ルーブリックより, 伝える力(表3のア)が, 第7時は言葉だけで説明していたのでBと判断した。第8時は, 根拠を明確にしたこ形をイメージして図も使って説明することができており, Aと判断できる。よって, 伝える力がBからAへとはぐくまれたと考えられる。

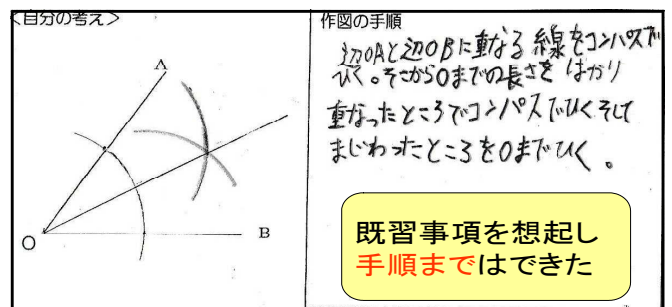


図12 第7時のワークシートの記述

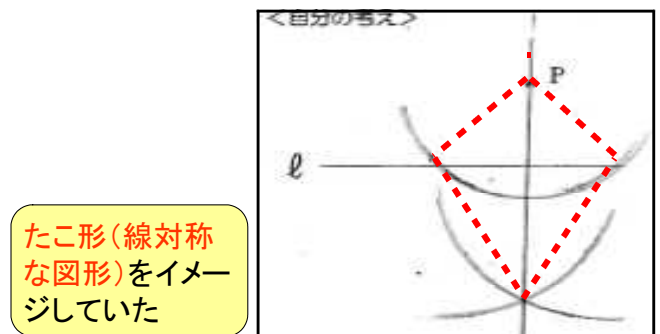


図13 第8時のワークシートの記述

## イ 抽出生徒Bの分析と考察

周りを頼ることが苦手な生徒Bは、第9時までには、作図の手順を記述するまでだったが(図14)、グループ学習を取り入れたことで、班の人の発言のやりとりを参考にして、試行錯誤しながら思考を深め、第10時には、「正三角形は $60^\circ$ だから」と根拠を明確にして記述することができていた。

(図15) この生徒Bの変容を実践ループリックをもとに分析すると、思考ループリックから、数学的に推論する力(表2のア)において、第8時は曖昧ではあるが、既習事項を想起して手順まではできていたのでBと判断した。第10時には、既習事項を明確に想起し、それをもとに根拠や順序をはっきりさせて推論することができており、Aと判断できる。よって、数学的に推論する力がBからAへとはぐくまれたと考えられる。また、表現ループリックより、かく力(表3のイ)が、第8時は手順までは書けていたのでBと判断した。第10時には、根拠を明確にして自分なりにまとめることができており、Aと判断できる。よって、かく力がBからAへとはぐくまれたと考えられる。

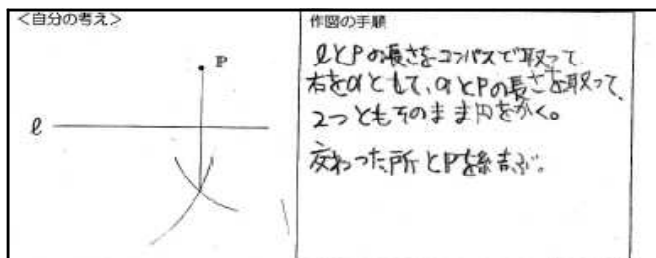


図14 第8時のワークシート

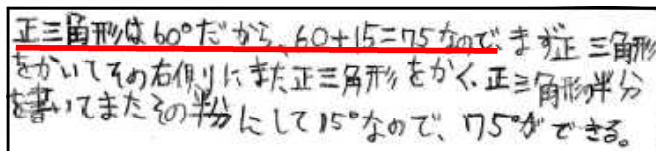


図15 第10時のワークシートの記述

## V 研究のまとめ

### 1 成果

毎時間の学習振り返りカードにおいて、「討議

に関する指導」、「参加・協力に関する指導」を生徒自身に自己評価をさせたり、教師が生徒の活動の場面場面をとらえて評価したりすることで、生徒同士のかかわり合いが増え、グループで課題を解決しようとする姿が見られた。

また、「よい課題」の条件を取り入れた学習課題を工夫することで、友だちの考えを聴いたり、自分の考えを述べたりするようになり、意見交流が活発になった。その際に、共通シートを使うことで、言葉だけでなく図を使って相手に分かりやすく説明しようとする姿が見られた。

以上のことから、グループ学習に対する指導や学習課題の工夫、共通シートを活用することを取り入れた言語活動を行うことで、数学的な思考力・表現力がはぐくまれたと考えられる。

## 2 課題

学習課題の工夫において、一人では解決できないような生徒にとって適度な難しさのある課題を設定する際に、難しすぎたり、易しすぎたりすると生徒の活動が停滞してしまうので、生徒の実態を細かく把握し、生徒の実態に応じた学習課題の設定を行う必要がある。

また、生徒が自分の考えを説明しようとする態度をはぐくむためには、根拠となるもの、例えば既習事項を黒板に提示するなどの支援をすることで、自分の考えの根拠を明確にし、自信をもって説明することができる。そこで、その他にも既習の図形の性質カードを各自に持たせたり、使わせたいキーワードを設定し、それを取り入れた説明を考えさせたりなどの支援の工夫を行ってきたい。

本研究で、グループ学習で自分の考えを説明し伝え合う言語活動に取り組んだが、さらに、グループ学習の枠を超えて、学級全体でも各自の考えを交流できるような学習指導の在り方を探っていきたい。