

平成 23 年度
広島市教育センター

数学的な思考力・表現力の育成を図る 学習指導法に関する研究 －第3学年「□を使った式」における 言葉・式・図の関連付けを通して－

広島市立江波小学校教諭

佐伯 亜由美

研究の要約

『学習指導要領解説算数編』では、「数学的な思考力・表現力の育成」が重視されている。思考力・表現力の育成は、これまでも実践の中で重視してきたものの、一人一人が自分なりの考えをもちそれを表現することに重点を置いており、表現された考えから思考を拡げたり深めたりしていくことまでは、十分ではなかった。

そこで、本研究では、第3学年「□を使った式」において、言葉・式・図を多方向から異なる表現形式に変換する活動を取り入れた。表現同士を関連付けてとらえ、思考を積み重ねる過程で、思考力・表現力の育成を図る学習指導法について探った。

研究授業では、必要な思考スキルを定義した「思考ルーブリック」をもとに、ワークシートなどの表現から児童の思考の変容を見取り、学習指導法の有効性を検証した。単元を通して、児童は多方向からの関連付けによる思考を重ね、思考力・表現力の育成を図ることができた。

キーワード：数学的な思考力・表現力，関連付け，思考ルーブリック

I 問題の所在

『学習指導要領解説算数編』では、「数学的な思考力・表現力の育成」が重視されている。また、数学的な思考力・表現力を育成するために、「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」と示されている。

思考力・表現力の育成は、これまでも実践の中で重視してきたものの、一人一人が自分なりの考えをもちそれを表現することに重点を置いており、表現された考えから思考を上げたり深めたりしていくことまでは、十分にできてはいなかった。また、問題を提示しそれを図や式にかかせるなどの形式的な指導に終始することも多かった。言葉・式・図などを異なる表現形式で表し、表現同士を関連付けてとらえ、思考を積み重ねる過程が、思考力・表現力の育成を図るうえで大切ではないだろうか。

そこで、本研究では言葉・式・図の関連付けに焦点を当てて、テーマを設定した。

II 研究の目的

第3学年「□を使った式」において、児童の思考力・表現力の育成を図る学習指導法について、授業実践を通して探る。

III 研究の方法

- 1 研究主題に関する基礎的研究
- 2 検証授業
- 3 検証授業の分析と考察

IV 研究の内容

1 研究主題に関する基礎的研究

(1) 数学的な思考力について

小山(2010)は、数学的な思考力・表現力については図1¹⁾のように述べている。また『学習指導要領解説算数編』において、思考力と表現力は互いに補完し合う関係にあることが示されている。

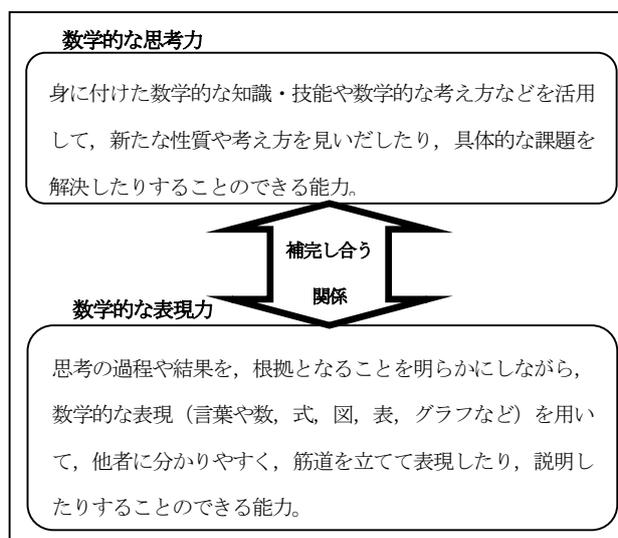


図1 数学的な思考力・表現力

(2) 言葉・式・図の関連付けについて

『学習指導要領解説算数編』の中で、式と図を関連付けながら説明することが大切であると示されている。関連付けの指導に当たっては、①表現形式の数量の関係を読み取って別の表現形式にすること、②ある表現形式を用いて自分の考えを説明することを大切にしたい。説明には言葉が不可欠であるため、多方向から言葉・式・図を異なる表現形式に変換する活動を取り入れ、表現同士が関連付けできるようにしていきたい。

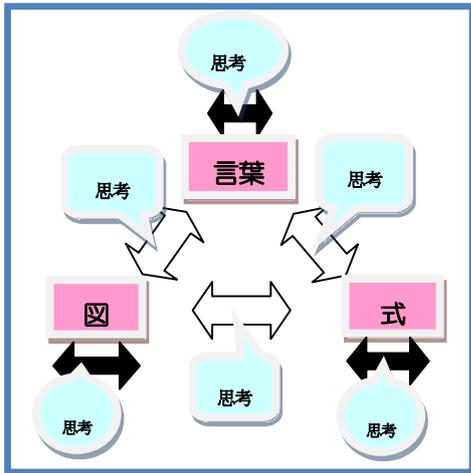


図2 関連付けのイメージ図

(3) 思考ルーブリックについて

ルーブリックとは、児童の学習到達状況を評価するための、評価基準表である。黒上ら(2010)は「思考ルーブリック」としてそれぞれの教科に必要な思考スキルを定義している。さらに、それぞれに評価指標をS・A・B・Cの4段階(表1)で設定し、思考力育成を目指す授業づくりに有効な指標として利用している。算数科においては10項目の思考スキル(表2)について「思考ルーブリック」が示されている。そのうち、本単元では「表現形式を変換する」という思考スキルを、身に付けていきたいスキルとして焦点化する。

表1 思考ルーブリックの4段階

S	Super (期待する思考活動以上に、何かプラスαが見られる)
A	十分満足できる (期待する思考活動が十分見られる)
B	概ね満足できる (期待する思考活動は見られるが、未達な部分もある)
C	努力を要する (期待する思考活動が見られない)

表2 算数科の思考スキル

見通す	予想する	分類する	比較する
類推する	演繹する	帰納する	
一般化する	評価する		
表現形式を変換する (本単元でつきたい思考スキル)			

「思考ルーブリック」(表3)をもとに、単元に合わせた「単元ルーブリック」(表4)を作成しさらに児童の実態や授業内容に合わせて「実践ルーブリック」(表5)を作成した。作成することで、身に付けさせたい思考力を明確にすることができ、単元の構想や具体的な支援につなげることができる。

表3 思考ルーブリック「表現形式を変換する」

S	A	B	C
具体物を用いたり、絵や図や数直線を組み合わせたりして、解決過程を筋道立てて説明できる。	具体物を用いたり、絵や図や数直線を組み合わせたりして、問題を解決できる。	具体物を用いたり、絵や図や数直線のどれかを使ったりして、問題を解決できる。	別の表現ができない。

表4 単元ルーブリック「□を使った式」

S	A	B	C
関係や場面を式や図、お話に表し、□に当てはまる数の調べ方を根拠を明確にして説明できる。	関係や場面を式や図、お話に表し、□に当てはまる数の調べ方を説明できる。	関係や場面を式や図、お話に表し、□に当てはまる数を調べることができる。	関係や場面に表現できない。

表5 実践ルーブリック

	S	A	B	C
第1時	加法・減法の場面を具体的な操作やテープ図、式を組み合わせ、筋道立てて説明できる。	加法・減法の場面を具体的な操作やテープ図、式を組み合わせ、表すことができる。	加法・減法の場面を具体的な操作やテープ図、式のどれかを使って表すことができる。	絵や図、式に表現ができない。
第2・3・4時	お話の場面や関係を式とテープ図に表し、□に当てはまる数の調べ方を図や式を根拠にして説明できる。	お話の場面や関係を式とテープ図に表し、□に当てはまる数の調べ方を説明できる。	お話の場面や関係を式とテープ図に表し、□に当てはまる数を調べることができる。	お話の場面や関係を式とテープ図に表現できない。
第5時	2つの乗法の式に合う場面をお話で表し、それぞれの場面に合うテープ図を選び、それぞれの根拠を説明できる。	2つの乗法の式に合う場面をお話で表し、それぞれの場面に合うテープ図を選び、根拠を説明できる。	2つの乗法の式に合う場面をお話で表し、それぞれの場面に合うテープ図を選ぶことができる。	2つの乗法の式に合う場面をお話で表現できない。
第6時	加法・減法のテープ図を線分図や、式、言葉の組み合わせで表し、筋道立てて説明できる。	加法・減法のテープ図を線分図や、式、言葉の組み合わせで表すことができる。	加法・減法のテープ図を線分図や、式、言葉のどれかを使得表すことができる。	絵や図、式、言葉に表現ができない。

2 検証授業

(1) 学習指導計画作成にあたって

言葉・式・図の関連付けのために、次の2点を工夫した。

- ・多方向からの表現形式の変換を位置付け単位を通して、言葉・式・図を表現できるような活動を取り入れた。
- ・多方向からの思考・表現活動を一人一人が行えるようなワークシートを作成した。

(2) 研究授業の計画と実施

ア 対象 広島市立A小学校

第3学年B組 30名

イ 期間 事前調査(平成23年12月中旬)

研究授業

(平成24年1月中旬～下旬)

事後調査(平成24年1月下旬)

ウ 単元名 「□を使った式」

エ 単元指導計画(表6)

3 検証授業の分析と考察

ワークシートでの表現などから児童の思考活動を見取って、作成した「実践ルーブリック」をもとに、学習指導法の有効性を検証した。

(1) 事前・事後実態調査の分析・考察

研究授業の事前と事後に、実態調査を行った。実態調査についても、研究授業と同様に「実践ルーブリック」(表7)を作成し、それをもとに児童の思考活動を見取った。

調査では、加法の場面を扱った。文章を読み取り、図と式で表し答えを求めるようにした。

表6 単元指導計画表

単元の目標		未知の数量を□を用いて表し、関係や場面を式や図に表したり、式を読み取って場面に表したりすることができるとともに、□にあてはまる数の調べ方を理解する。		
次	時	ねらい	主な学習活動(多方向からの表現形式変換)	ワークシートの工夫
第一次 加法・減法場面	1	・文脈の通りに式とテープ図に表すことができる。	$\cdot 18 + 6 = 24$ $\cdot 30 - 18 = 12$ ・お話を読み取り、式とテープ図に表す。 (言葉⇒式、図)	・ワークシート上で、紙テープによる操作活動からテープ図へ発展できるようにする。
	2	・加法の場面において、未知数があっても□を用いると、文脈通りに式とテープ図に表せることが分かる。 ・□にあてはまる数の求め方を考えることができる。	$\cdot 38 + \square = 50$ ・未知数を□として、加法の式にし、テープ図に表す。(言葉⇒式、図) ・□にあてはまる数を調べて説明する。 (言葉、式、図⇒言葉)	・加法のお話を式・図に変換してから、□に当てはまる数を調べることができるようにする。 ・調べ方について、根拠を明らかにした説明を書くことができる欄を設ける。
	3	・□を用いて、減法の式とテープ図に表すことができる。 ・□にあてはまる数を求め、説明することができる。	$\cdot \square - 18 = 24$ ・未知数を□として、減法の式にし、テープ図に表す。(言葉⇒式、図) ・□にあてはまる数を調べて説明する。 (言葉、式、図⇒言葉)	・減法のお話を式・図に変換してから、□に当てはまる数を調べることができるようにする。 ・調べ方について、根拠を明らかにした説明を書くことができる欄を設ける。
第二次 乗法場面	4	・□を用いて、乗法の式とテープ図に表すことができる。 ・□にあてはまる数を求め、説明することができる。	$\cdot \square \times 8 = 32$ ・未知数を□として、乗法の式にし、テープ図に表す。(言葉⇒式、図) ・□にあてはまる数を調べて説明する。 (言葉、式、図⇒言葉)	・乗法のお話を式・図に変換してから、□に当てはまる数を調べることができるようにする。 ・調べ方について、根拠を明らかにした説明を書くことができる欄を設ける。
	5	・□を用いた式を読み取り、式に合うお話と図を考えることができる。	$\cdot 4 \times \square = 24$ $\cdot \square \times 4 = 24$ ・□を用いた式を読み取り、式に合うお話と図を考える。(式⇒言葉、図) ・図を選んだ理由を説明する。 (言葉、式、図⇒言葉)	・2つの場面を比べながら、考えることができるようにする。 ・色分けした2種類の図から式・お話に合う図を選んで、根拠を説明することができるようにする。
第二次 発展	6	・テープ図を読み取り線分図で表し、図に合う式とお話を考えることができる。	$\cdot 52 - 30 = \square$ $\cdot 30 + \square = 52$ $\cdot 52 - \square = 30$ ・テープ図を読み取り線分図で表し、図に合う式とお話を考える。(図⇒図、式、言葉)	・3つの場面を比べながら、考えることができるようにする。 ・変換がしやすいように、テープ図と線分図を縦に並べて表示する。

表7 実践ルーブリック (実態調査)

S	A	B	C
加法の問題をテープ図や線分図、式を組み合わせ、問題を解決する。	加法の問題を○図やブロック図、式を組み合わせ、問題を解決する。	加法の問題を絵や式のどちらかを使って問題を解決する。	絵や図、式に表現できない。

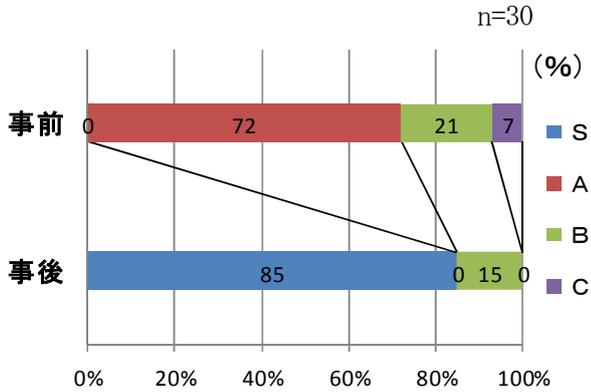


図3 事前・事後調査の変容

事前では0%だったS評価の児童が、事後になると85%に増えた。絵や○図といった具体的な状況を表す図から、テープ図・線分図という数量関係を表した抽象的な図を用いて問題解決ができるようになったことが分かる。単元を通して、数量の関係がとらえられるようになり、式と図の関連付けが深まったと言える。

(2) 研究授業の分析・考察

ワークシートなどの表現から児童の思考活動の見取り、「実践ルーブリック」をもとに評価した(図4)。

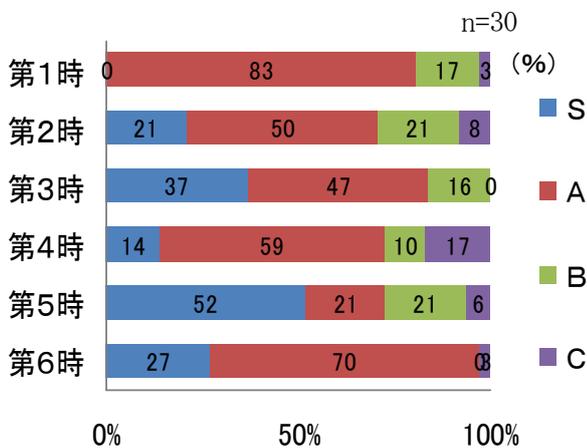


図4 実践ルーブリックをもとにした児童の変容

ア 第一次 (加法・減法)

加法・減法場面を文脈どおりに式とテープ図に表し、□に当てはまる数の調べ方を考える場面である。第2時から第3時にかけて、C評価の児童がいなくなり、S評価・A評価の児童が13%増えていることが分かる(図4)。

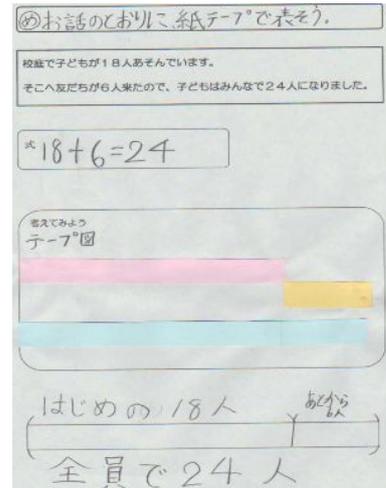


図5 第1時のワークシート

T: 教師 C: 児童

T1	お話に合わせて、動かしてみよう。 みんなお話を1行ずつ読んであげてね。
C1	(お話に合わせて、ピンク・黄色・水色の順にテープを置いていく。)
T2	同じ人?
C2	(誰も挙手しない。)
T3	途中まで一緒に人はいた?
C3	ピンクと黄色までは一緒。
T4	どうして水色は、Bくんのように置かなかったの?
C4	紙に入らなかった。はみでてしまう。
T5	他の人はどうですか?
C5	横につなぐと、24+24みたいになるから。
T6	じゃあ、どうしたらいい?
C6	水色を下にやればいい。
T7	下ってどこ? 誰かやってみて。
C7	(水色テープをピンク、黄色の下に置く。)
T8	なんで水色はここかな?
C8	24がよく分かる。
T9	どこからどこまでが24?
C9	(水色のはしからはしまでを指しながら) ここからここまでです。
T10	24はどこだけ?
C10	他にもあった。
T11	どこか、自分の紙テープで指さしてみて。
C11	(自分の紙テープのピンクのはしから黄色のはしまでを指す)
T12	(紙テープのピンクのはしから黄色のはしまでを指しながら) なるほどここにもあったんだね。
T13	お話のとおりになっているかな。
C12	(うなづく)
T14	式のとおりになっているかな。
C13	(うなづく)
T15	3本のテープを1本のテープで表す方法があったんだけど、おぼえてるかな?
C14	テープ図だ。

図6 操作的表現と図的表現を関連付ける場面

第1時では、まず数量を紙テープに置き換えてワークシート(図5)上でお話を表現するという具体的操作を行った。教師が、紙テープを用いて操作的表現と図的表現(テープ図)を関連付けてテープ図のかき方を説明した(図6)。

第2時から第3時にかけて、S評価の児童が増えたのは、第2時では□に当てはまる数の調べ方が式や図を根拠にしたものになっていなかった児童が、第3時になると、式や図を根拠に説明できるようになっているためではないかと考える。第1時での操作的表現と図的表現(テープ図)を関連付ける指導を行ったことが定着し、児童の思考を助け、言葉と図を関連付けることに有効に働いたと思われる。そのため、テープ図を問題解決に用いることができる児童が増えた。

表8 第2時・第3時の記述の変容(D児)

第2時(A評価)	第3時(S評価)
$38 + 1 = 39$, $38 + 2 = 40 \dots$ とずっと計算していったら、12のところまで50になった。 (□に数を1つつ当てはめている)	$18 + 24 = 50$ テープ図の18と24をたした、はしからはしまでは、□のはしからはしまでと同じ長さだからです。 (図を根拠に立式し、説明している。)

イ 第二次(乗法)

第4時は、乗法場面を文脈通りに式とテープ図に表し、□に当てはまる数の調べ方を考える場面である。S評価の児童が14%と少ないのに対して、C評価の児童が17%いる。C評価の児童の中には、除法場面だととらえている児童もいた。乗法場面をテープ図に表すことが困難であった児童が多くねらいが十分に達成できたとは言えない。児童の実態を踏まえた課題提示や、乗法場面を児童の思考に沿った形でテープ図と関連付けるさらなる指導や支援を考えていく必要がある。

第5時は、2種類の式($4 \times \square = 24$, $\square \times 4 = 24$)に合うお話や図を考える場面である。52%の児童がS評価であった。二つの場面をワークシート上で比較しながら、考えられるようにした(図7)。課題把握では、二つの場面をイメージしやすいように、絵を提示した(図8)。お話ができた後、2種類の図(ピンクと水色)がどちらの場面に合うのかを考えてその理由を記述した。83%の児童が図を選んだ根拠をお話や式の中に見出し記述することができた(表9)。

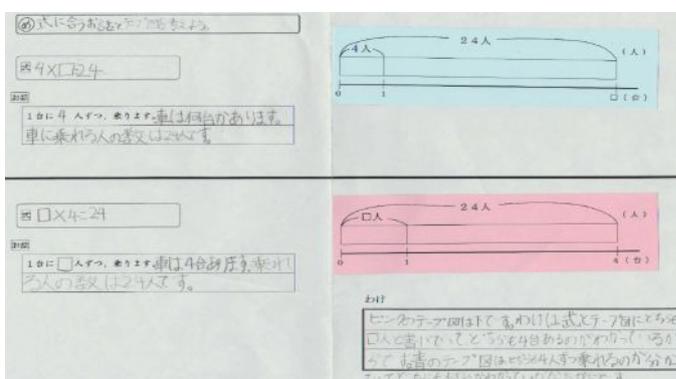


図7 第5時のワークシート

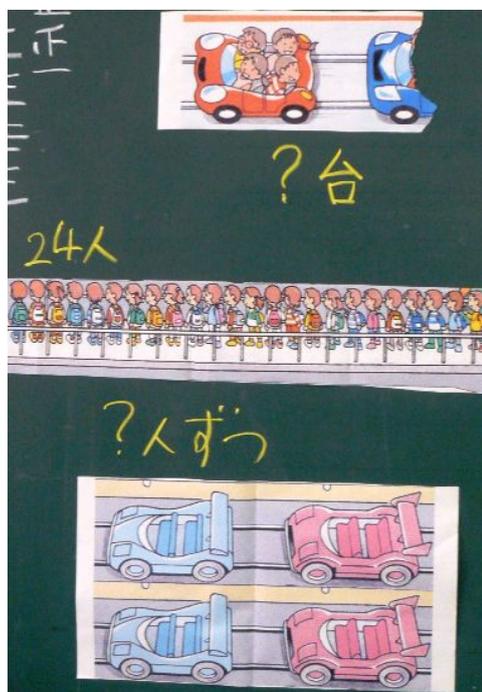


図8 第5時 課題把握で提示した絵

表9 第5時での記述 (E児・F児)

E児	下のお話はピンクです。理由は上のお話は、まだ何台あるかがわかっていません。ピンクのお話のテープ図は何人乗れるかわからないので、下の方だと思います。
F児	テープ図で上の方が青と思ったのは、1台に4人ずつ乗れて、テープ図にも4人と書いてあったから。下がピンクだと思ったのは、1台に□人ずつ乗れて、テープ図にも□人と書いてあったからです。

ウ 第三次 (発展)

発展的な内容として、加法・減法の線分図を取り上げた。まず、教師がテープ図と線分図の関連付けを行なった。次に、児童が三つのテープ図を線分図に変換し、図に合うお話を考えた。その際使用するワークシートは、関連付けを踏まえ変換がしやすいように、テープ図と線分図の幅をそろえて縦に表示した (図9赤丸部分)。

事後の実態調査では、S評価の児童のうち半数がテープ図ではなく線分図を用いていた。「線分図の方が簡単だ。」とつぶやく児童もおり、今後様々な問題解決場面で、テープ図と同様に線分図を活用してほしいと考えている。

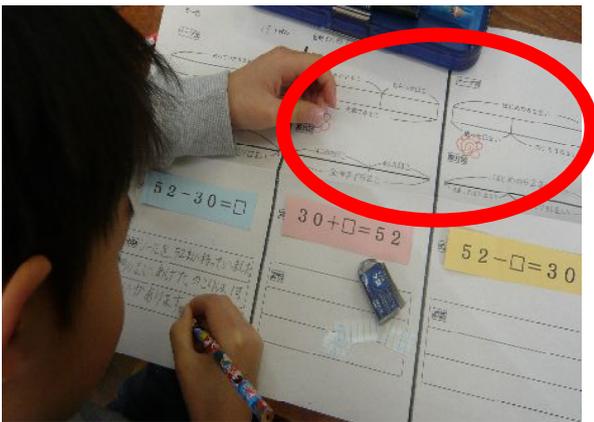


図9 第6時のワークシートを記入する児童の様子

V 研究のまとめ

本研究では、次のような成果を得た。

- ① 「思考ループリック」を用いて、単元を通してつけたい思考スキルを明確にし、指導と評価に活かすことができた。
 - ② 単元を通して、数量の関係を異なる表現形式に変換し、関連付ける活動を取り入れたことで児童一人一人が多方向からの思考を積み重ねていくことができた。
 - ③ ワークシートで言葉・式・図を関連付けて説明することができるように工夫したことが、一人一人が考えを表現することや思考を深めることにつながった。
- 以上の②・③より、関連付けのために工夫した2点の工夫の有効性が、確かめられた。
- 今後の課題は次のとおりである。
- 特につまずきの多かった乗法場面の指導の在り方を探る。
 - 他の単元においても、思考ループリックを整理し、つけたい力を明らかにした指導・評価を行う必要がある。
 - 今後も単元・学年を超え、系統的で継続した表現同士の関連付けの指導を積み重ねることで、思考力・表現力の育成を図っていきたい。

引用文献

- 1) 小山正孝「思考力・判断力・表現力等をはぐくむ数学科の学習指導」『文部科学省中等教育資料』2010 p.38

参考文献

- ① 黒上春夫 (編) 「高次思考力の育成をめざす授業設計法と評価に関する研究」『文部科学省科学研究費補助金研究成果報告書』2010
- ② 中原忠男 (編) 『新しい学びを拓く算数科授業の理論と実践』ミネルヴァ書房 2011